UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET – NIKŠIĆ

DRAGANA PERKOVIĆ

ALGEBARSKI SADRŽAJI U ČETVRTOM RAZREDU OSNOVNE ŠKOLE

MASTER RAD

NIKŠIĆ, 2022. godine

UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET – NIKŠIĆ
-Master studije za obrazovanje učitelja-

ALGEBARSKI SADRŽAJI U ČETVRTOM RAZREDU OSNOVNE ŠKOLE

MASTER RAD

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović **Kandidat: Dragana Perković**

Nikšić, novembar 2022. godine

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

Ime i prezime: Dragana Perković

Datum i mjesto rođenja: 3.8.1984. god. Podgorica

INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU

Naziv postdiplomskog studija: Master studije za obrazovanje učitelja

Naslov rada: Algebarski sadržaji u četvrtom razredu osnovne škole

Fakultet na kojem je rad odbranjen: Filozofski fakultet − Nikšić

UDK, OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

Datum prijave magistarskog rada: 4.5.2022. god.

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 16.5.2021. god.

Mentor: Prof. dr Veselin Mićanović

Komisija za ocjenu teme i podobnosti magistranda: prof.dr Veselin Mićanović, prof.dr Dijana Vučković, prof.dr Nada Šakotić

Komisija za ocjenu magistarskog rada: prof.dr Veselin Mićanović, prof.dr Dijana Vučković, prof.dr Nada Šakotić

Komisija za odbranu rada: prof.dr Veselin Mićanović, prof.dr Dijana Vučković, prof.dr Nada Šakotić

Lektor: Jasna Rakočević

Datum odbrane:

Datum promocije:

REZIME

Matematika kao nastavni predmet zauzima posebno mjesto u vaspitanju i obrazovanju, a jedan od njenih osnovnih ciljeva jeste naučiti učenika da misli.

Algebra je oblast matematike koja svoju primarnu ulogu ostvaruje kroz podsticanje i razvoj matematičkog mišljenja. Ona podrazumijeva poseban jezik matematike u vidu simbola i slika koji reprezentuju određeni apstraktni pojam. Poteškoće koje se pojavljuju pri razumijevanju formalne algebre u višim razredima posljedica su nedovoljne povezanosti sa aritmetikom i algebrom izučavane u nižim razredima. Taj problem donekle može riješiti rana algebra koja već dugo postoji u teoriji, ali nedovoljno u praksi. Za razvoj matematičkog mišljenja i rješavanje problemskih zadataka neophodan je postupan, sistematičan i osmišljen rad, kako učenika, tako i nastavnika.

Zato, fokus ovog rada je usmjeren na algebarskim sadržajima, matematičkim simbolima i ispitivanju razumijevanja istih u četvrtom razredu osnovne škole.

Ključne riječi: Algebra, algebarski sadržaji, rana algebra, niži razredi osnovne škole.

APSTRACT

As a school subject, Mathematics holds a special place in upbringing and education, and one of its main goals is to teach pupils how to think.

Algebra is a field of mathematics that fulfils its primary role by encouraging and developing mathematical thinking. It implies a special language of mathematics in the form of symbols and images that represent a certain abstract concept. Difficulties that appear when understanding formal algebra in upper grades are the result of insufficient connection with arithmetic and algebra studied in lower grades. This problem can be solved to some extent by introducing early algebra, which has existed in theory for a long time, but insufficiently in practice. For the development of mathematical thinking and problem solving, it is necessary to have a gradual, systematic and well-designed work, of both pupils and teachers.

Therefore, the focus of this paper is on algebraic content, mathematical symbols and the examination of understanding of them in the fourth grade of elementary school.

Keywords: Algebra, algebraic contents, early algebra, lower grades of elementary school.

SADRŽAJ

UVOD

Matematika, kao nastavni predmet u osnovnoj školi ima posebno mjesto u vaspitno-obrazovnom programu. To je predmet koji, osim što izgrađuje naučni pogled na svijet, obrazuje i vaspitava mlade ljude korisnim znanjima primjenljivim tokom života.

Jedan od osnovnih ciljeva nastave matematike je naučiti mlade da misle. Matematika zahtijeva aktiviranje velikog broja misaonih procesa i uglavnom je potrebno razmišljati o apstraktnim objektima. Neophodnodno je da nastava matematike, kroz svoje sadržaje, kod učenika razvija sposobnost za samostalan rad, za logičko i precizno mišljenje i istraživanje, zaključivanje i primjenu naučenog. Od učitelja zavisi kako će osposobiti učenika da se snalazi u svakodnevnim problemskim situacijama.

Bitna oblast matematike koja svoju primarnu ulogu ostvaruje kroz podsticanje i razvoj matematičkog mišljenja jeste algebra. Algebra podrazumijeva poseban jezik matematike u vidu simbola i slika. Kako se u nižim razredima osnovne škole, između ostalog, počinje s razvijanjem intuitivnih predstava o raznim apstraktnim matematičkim pojmovima, od velike je važnosti za učenika shvatanje i razumijevanje simbola koji reprezentuju određeni apstraktni pojam, tj. razumijevanje matematičkog simbola koji predstavlja sinonim za odgovarajući koncept.

Praksa je pokazala da učenici imaju poteškoće pri razumijevanju formalne algebre u višim razredima zbog nedovoljne povezanosti aritmetike izučavane u nižim razredima i algebre izučavane u trećem ciklusu osnovnoškolskog obrazovanja. Ovaj problem donekle može riješiti rana algebra koja već dugo postoji u teoriji, ali nedovoljno u praksi. Za razvoj matematičkog mišljenja i rješavanje problemskih zadataka neophodan je postupan, sistematičan i osmišljen rad, kako učenika, tako i nastavnika. Bez osposobljenosti nastavnika, nema osposobljenosti učenika da matematički misli, da uče u vidu rješavanja problema, kao ni samostalnosti i stvaralačkog učenja.

Prema tome, fokus ovog rada će biti na algebarskim sadržajima, matematičkim simbolima i ispitivanju razumijevanja istih u četvrtom razredu osnovne škole.

I TEORIJSKI PRISTUP PROBLEMU

1. Pojam i definicija algebre

Pojam algebra arapskog je porijekla „al-gebr“ (eng. prepjev) i znači ponovno sastavljanje razdvojenih djelova, tj. sjedinjavanje. To je grana matematike koja istražuje odnose i osobine brojeva pomoću znakova, odnosno koja se bavi matematičkim simbolima i pravilima koja su vezana za manipulaciju tih simbola (Herstein, 1964).

Drugi algebru vide kao „umjetnost manipulisanja zbirovima, proizvodima i stepenima brojeva. Pravila manipulacija važe za sve brojeve, tako da manipulacije mogu biti izvedene i na slovima koja stoje umjesto brojeva (Wits & Demana, prema: Harvey et al., 1995:75).

„Algebra se posmatra kao nauka koja nas podučava kako se mogu odrediti nepoznate veličine uz pomoć onih veličina koje su poznate“ (Katz, 1995:20).

Mnogi teoretičari su se bavili definisanjem pojma algebre. Međutim, osnova i suština svake definicije je ista - algebra je metod proučavanja veličina pomoću opštih karaktera koji se nazivaju simboli. Ona se posmatra kao nauka koja nas podučava kako se mogu odrediti nepoznate veličine uz pomoć onih veličina koje su poznate.

1.1. Domen algebre

Kako postojiviše različitih definicija algebre, jasno je da postoje i različita tumačenja šta tačno spada u domen algebre. Razlikujemo elementarnu, apstraktnu i univerzalnu algebru.

Najprostrije, algebru možemo podijeliti na elementarnu (osnovnu) algebru koja se bavi svojstvima matematičkih operacija i apstraktnu algebru koja se bavi proučavanjima algebarske strukture poput , prstena i polja. Balton i saradnici tvrde da su matematičke strukture i odnosi koji vladaju među njima ključni elementi u području rane algebre (Blanton et al., 2011).

Elementarna algebra se bavi proučavanjem svojstava operacija nad realnim brojevima, kao i pravilima koja se tiču matematičkih izraza i jednačina. Za predstavljanje konstanti i promjenljivih koriste se slovni simboli. Ukratko, bavi se svojstvima matematičkih operacija, „proučavanjem odnosa između veličina“ (Sadovsky & Sessa, 2005:90).

Apstraktna algebra (moderna algebra) se bavi proučavanjem algebarskih struktura kao što su grupe, prsteni i polja (Weyl, 1995). Linearna algebra, u kojoj se proučavaju specifična svojstva vektorskih prostora (uključujući i matrice).

Univerzalna algebra se bavi proučavanjem: svojstava zajedničkih svim algebarskim strukturama, algebarskom teorijom brojeva u kojoj se svojstva brojeva proučavaju pomoću algebarskih sistema, algebarskom geometrijom u kojoj se geometrijskim problemima prilazi sa algebarskog aspekta, algebarskom kombinatorikom u kojoj se koriste apstraktni algebarski modeli za proučavanje kombinovanih pitanja.

2. Istorijski razvoj algebre

Proučavajući istoriju matematike, primjećujemo da se prepliću dvije struje autora: prvu struju čine oni koji smatraju da porijeklo algebre potiče od Asiraca, Egipćana i Vavilonaca, dok drugu struju čine autori koji zastupaju stav da su algebarski temelji postavljeni u školama u Aleksandriji (Garcia & Piaget, 1989).

Kieran takođe zastupa stav autora prve struje i objašnjava da se algebra prvo počela koristiti u Mesopotamiji i Egiptu dok Garcija i Pijaže ističu da su mnogi geometrijski problemi grčke matematike upravo nastali zbog nedovoljnog poznavanja algebre. Različiti spisi starih Grka potvrđuju činjenicu da algebra počiva na temeljima geometrije i aritmetike, jer su oni pomoću geometrijskih modela rješavali brojne aritmetičke i algebarske probleme.

Kieran ističe da je razvoj algebre prošao tri etape i to: *retoričku* (algebru koja se zasniva na riječima te su problemi rješavani verbalnim putem, opisivanjem kroz rečenice), *sinkopiranu* (pojedini termini, npr. pojedine komponente jednačine, izražavane su pomoću skraćenica) i *simboličku* algebru (današnji internacionalni simboli (slova) potiču iz 16.vijeka) (Kieran, 1992: 390 -391).

Neki oblici algebre poznati su još od antičkih vremena, ali u Evropi početak algebre povezan je sa radovima francuskog matematičara Fransoa Vijetete iz 16. vijeka koji algebru naziva analitičkom umjetnošću (ibid).

Veliki doprinos razvoju algebre dali su arapski matematičari. Persijski matematičar, astronom, astrolog i geograf iz 9. vijeka, Al Khwarzimi u svom najpoznatijem djelu (*al-Kitab almukhtaṣar fi ḥisab al-jabr wal-muqabala* - Knjiga o svođenju i dvostrukom oduzimanju) pominje riječ „al jabr“ po kojoj algebra nosi današnje ime. U ovoj knjizi, između ostalog, je opisan postupak uspostavljanja balansa dodavanjem istog broja s obje strane jednakosti (ibid).

Ova riječ „ al jabr“ je ušla u engleski jezik tokom 15. vijeka, a matematičko značenje dobila u 16. vijeku. U početku se njeno značenje odnosilo samo na postupak uređivanja lijeve i desne strane kod jednačina, ali je kasnije razvojem matematike, značajno proširen (ibid).

Tada nijesu korišteni simboli, već tekst, riječi. Simbole u algebri uveo je Diofant čime je formalizovao oblast algebre. Pored toga, proučavao je algebarske jednačine i njihova racionalna rješenja, neodređene jednačine s cijelim i pozitivnim racionalnim brojevima i drugo. Proslavio se knjigom „Arithmetica“ koja sadrži 13 tomova, od kojih je pronađeno samo šest (Čanić-Mlađenović, 2008).

Dalje, indijski matematičar i astronom Brahmaputra, u svom radu *Brahma-sphuta-sid ’hant* sa 22 poglavlja, predstavio je prvo kompletno aritmetičko rješenje koje uključuje negativno i nulu kvadratne jednačine (Dadić, 1992).

Tretičari smatraju da je 1545. godine pojavom djela „Ars Magna“ (Pravila algebre) sa 40 poglavlja autora Đirolama Kardana, nastao pravi početak algebre. U ovom djelu su prvi put predstavljeni principi rješavanja kubnih i bikvadratnih jednačina, a kao dokazi tvrdnji korišteni su geometrijski argumenti (Cvijanović, 2016).

Devedesete godine dvadesetog vijeka možemo reći da predstavljaju pravi uspjeh matematičke discipline koju danas nazivamo algebra.

3. Suštinske razlike između aritmetike i algebra

Sa aritmetikom, granom matematike koja se bavi brojevima i njenim osnovnim računskim operacijama (sabiranjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem) sa brojevima, učenici se upoznaju već u prvim razredima osnovne škole i to izračunavanje poznatih brojeva lako razumiju. Međutim, problemi nastaju kada se desi prelazak sa aritmetike na algebru, odnosno onda kada se zahtijeva od učenika da razumiju nepoznate i promjenljive veličine, kao i da prepoznaju razlike između konkretnih i uopštenih situacija.

Zato je bitno da se, prije svega, odredi koje su suštinske razlike između aritmetike i algebre i gdje se nalazi problem u razumijevanju kod učenika.

Treba istaći da postoje razlike u interpretaciji slova, simbola i izraza. Tako, dok u aritmetici slova većinom predstavljaju skraćenice, u algebri predstavljaju promjenljive ili nepoznate brojeve (Van Amerom, 2003). Zatim, različito se tretira i znak jednakosti koji učenici u prvom cikusu osnovne škole tumače samo kao znak koji pokazuje da nešto treba izračunati, a tek kasnije kao matematički znak koji upoređuje dva iskaza, tj. da su lijeva i desna strana izraza jednake.

Različito tumačenje matematičkih simbola u različitim razredima, tj.periodima školovanja, može biti uzrok problema koji se javlja kada se učenici upoznaju s algebrom.

Dodatno, otežava mišljenje da aritmetika tokom školovanja učenika treba da prethodi učenju algebre. Međutim, mnogi teoretičari i njihova istraživanja govore da su učenici uveliko sposobni za usvajanje algebarskih znanja od samog početka svog školovanju, ali, u pojednostavljenoj koncepciji.

Kaput (1995) je predložio implementaciju algebarskih sadržaja u svim razredima osnovne škole jer bi se tako postigla stabilnost i dubina u školskom učenju i samim tim bi se izbjeglo kasno i izdvojeno učenje algebre u višim razredima osnovne škole, a kasnije i u srednjoj školi.

Ovome treba dodati i mišljenja Carpenter i Levy (2000) koji smatraju da podjela na aritmetički i algebarski dio u nastavi, onemogućava učenicima da razviju mišljenja u ranim razredima što otežava učenje u kasnijim razredima.

Kieran (2004) takođe smatra da su učenici sposobni za prepoznavanje i usvajanje algebarskih sadržaja u nižim razredima osnovne škole pod uslovom da se fokus stavi na:

- ❖ međusobne veze između brojeva, a ne samo čisto izračunavanje;
- ❖ operacije, ali i na njihove inverzije i koncepte šta bi trebalo ili ne bi trebalo raditi;
- ❖ razumijevanje šta je problem, a ne samo kako ga riješiti, tj. izračunati;
- ❖ brojeve i na slova (terme), a ne samo na brojeve kako je rađeno;
- ❖ preispitivanje značenja znaka jednakosti.

3.1. Rana algebra kao uvod u formalnu algebru

Algebra je često smatrana jezikom, alatom, generalizacijom aritmetike. Ona se sve više posmatra kao „način razmišljanja“, ali i djelovanja na matematičke objekte (Stevanović i sar., 2014). Tome u prilog ide i mišljenje velikog broja članova akademske zajednice matematičara koji smatraju da učenje algebre u osnovnim školama ne bi trebalo odvajati od učenja aritmetike, već bi sadržaje algebre trebalo „provlačiti“ kroz sadržaje aritmetike kada god je to moguće. To bi takođe predstavljalo još jedan koncept učenja s razumijevanjem (Crvenković, 2014).

Zbog toga, napisano je mnogo radova o uvođenju pojma i sadržaja na temu „rane algebre“, koja u praksi na žalost još uvijek nije dovoljno implementirana, posebno kod nas. Međutim, ona bi mogla biti jasan i „bezbolan“ uvod učenika u formalnu algebru, a samim tim i rješenje za mnoge probleme koji se javljaju u matematičkom obrazovanju.

Ovdje se postavljaju pitanja, šta sve spada u ranu algebru, kakvo je to ranoalgebarsko mišljenje i kako bi trebalo da izgleda plan i program sa takvim sadržajima?

Uopšteno rečeno, rana algebra podrazumijeva proces involviranja algebarskih sadržaja u postojeće aritmetičke sadržaje u nižim razredima osnovne škole. Ona ne predstavlja formalnu algebru koja se izučava u starijim razredima osnovne škole i kasnije u srednjoj školi, već se radi o djelimičnom integrisanju algebarskih alata u aritmetičke sadržaje gdje za to postoji mogućnost (Stevanović, Crvenković, Romano, 2014).

Mnogi teoretičari smatraju da rana algebra podrazumijeva izgradnju, razumijevanje, deskripciju i opravdanost generalizacija aritmetičkih sadržaja, prepoznavanje, razumijevanje matematičkih ideja i njihovo zapisivanje određenim simbolima pomoću kojih se razumiju i rješavaju problemi (Crvenković i Romano, 2014).

Isto tako, matematičar Kaput (2000) pod ranom algebrom podrazumijeva:

- generalizaciju šablona i odnosa;
- funkcionalno promišljanje;
- modelovanje;
- sintaksno vođenje manipulacije formulama;
- proučavanje struktura.

Dalje, Van Ameram (2003) posmatra ranu algebru kroz četiri osnovne perspektive i to algebre kao:

- generalizaciju aritmetike;
- alat za rješavanje problema;
- studiju relacija;
- studiju struktura.

S druge strane, Carpenter i Levy (2000) smatraju da se rana algebra prepoznaje kroz dva aspekta:

- generalizaciju i
- korištenje simbola za predstavljanje matematičkih ideja i rješavanje matematičkih problema.

Carraher, Schliemann i ostali smatraju da je suština rane algebre produbljivanje nastave aritmetike (Carraher at al., 2000).

3.2. Rano algebarsko mišljenje

Kada je riječ o pojmu *matematičko mišljenje*, ono se često dovodi u vezu sa kritičkim, stvaralačkim ili apstraktnim mišljenjem (Prescott, 2001). Maričić (2006) smatra da je to vrlo složen proces koji u svojoj osnovi sadrži kritičko, stvaralačko, logičko i apstraktno mišljenje. Iz prethodnog je sasvim dovoljno zaključiti, a to različita istraživanja i potvrđuju, da se pojam *matematičko mišljenje* posmatra kao vrlo kompleksan, pa se zato njegova definicija ne može precizno ni odrediti.

Pri razvoju matematičkog mišljenja važnu ulogu ima nastavnik koji će kroz nastavu matematike osposobljavati učenika da misli matematički ekvivalentno značaju osposobljavanja da računa i rješava različite tipove matematičkih problema (Prescott, 2001).

Algebarsko mišljenje je oduvijek posmatrano kao sastavni dio matematičkog mišljenja (Romano, 2009).

Usvajanje rane algebre zahtijeva kod učenika upoznavanje sa algebarskom notacijom, odnosno sistemom obilježavanja simbola i izraza, uopšteno pojmova.

Iako slova uče od prvog razreda, slova u matematici prave najveći problem učenicima jer ih ne shvataju kao moguću oznaku za bilo koji broj, tek pomoću rane algebre učenici mogu otkriti prava značenja algebarske notacije.

Slika 1: *Rano algebarsko mišljenje (Internet)*

Dakle, kada je riječ o algebarskom mišljenju, za njegovo uvođenje u nastavni plan i program zaslužan je matematičar Kaput. On opisuje algebarsko mišljenje/ zaključivanje kroz dva aspekta, tj. prvi kao uočavanje i iskazivanje generalizacija posredstvom formalnog i konvencionalnog sistema simbola i drugi kao rasuđivanje posredstvom tih simboličkih formi

(Kaput, 2008). Jasno je da bi ovakav način mišljenja trebalo razvijati kod učenika od samog početka obrazovanja, kako bi dalje učenje i shvatanje algebre bilo lakše i produktivnije.

Prema Linsu (1992) misliti algebarski podrazumjeva tri aspekta po kojima učenik treba da:

- misli aritmetički (modeluje brojevima);
- misli introspektivno (uzima samo u obzir operacije i relacije jednakosti, a elementi se posmatraju i procjenjuju elementima polja brojeva i aritmetičkih operacija);
- misli analitički (pretpostavlja kakvo treba biti nepoznato da bi se tretiralo kao poznato).

Shelly Kriegler (1997) u svom radu dala je jednu od najpoznatijih struktura algebarskog mišljenja prema kojoj dvije glavne sfere algebarskog mišljenja čine: alati matematičkog mišljenja i fundamentalne algebarske ideje. Ti alati matematičkog mišljenja dijele se na tri kategorije i to:

a) Vještine rješavanja problema, podrazumijevaju strategiju i istraživanje pristupa i načina prilikom rješavanja problema. Suština je da učenici koji posjeduju bar jednu strategiju lakše i prije riješe problem od učenika koji nemaju ni jednu. Takvi učenici će se lakše snalaziti i u svakodnevnom životu.

b) Vještine reprezentovanja (predstavljanja) podrazumijevaju sposobnost učenika da predstavljajući različite relacije pomoću vizualnih (dijagram, slika, grafika), simboličkih, brojevnih (tabele, razne liste, tablice) i verbalnih reprezentacija, uspostavlja različite veze, kao i različite interpretacije unutar reprezentacija. Takva sposobnost kreiranja, tumačenja i prelaženja sa jedne predstave na drugu daje učenicima moćne alate mišljenja.

c) Vještine rezonovanja (zaključivanja) sadrže analizu problema i induktivno (logični postupak zaključivanje, polazi od pojedinačnog ka opštem) i deduktivno zaključivanje (logički postupak kod kojeg se polazi od opšteg ka pojedinačnom).

Za integraciju algebre u rane razrede, ovi alati matematičkog mišljenja su veoma bitni. Zato je potrebno na njima graditi učeničko razumijevanje matematike.

Prema tome, rana algebra učenike treba postepeno da osposobljava da nauče i razumiju osnovna algebarska obilježavanja simbola i izraza koji će im biti potrebni pri rješavanju jednostavnih problema, a kasnije tokom školovanja i kompleksnije algebarske situacije.

3.3. Dosadašnja istraživanja

Dosadašnja istraživanja prema Živanoviću (2019) pokazala su da učenici različitih školskih uzrasta nailaze na prepreke pri rješavanju jednačina pa i u samom razumijevanju algebre. Razlog zbog čega se to dešava jeste taj što učenici na pogrešan način tumače slovo i ne manipulišu njime kao sa nepoznatom ili promjenljivom. Isto tako, brojni eksperimenti pokazuju da učenici vrlo uspješno mogu manipulisati algebarskim notacijama prilikom predstavljanja problemskih situacija, zatim utvrđivati odnose između poznatih i nepoznatih elemenata, znak jednakosti postaviti u širem kontekstu, predstaviti nepoznate veličine slovom, raditi s nepoznatom, zapisivati jednačine i drugo.

Ovo samo dokazuje da tradicionalni način učenja algebre, koji su zadržali mnogi nastavnici, učenike navodi da isključivo koriste proceduralni pristup u rješavanju algebarskih problema, a to ne podstiče na razvoj mišljenja (Wong, 2005).

Možemo reći da je svrha ranog uvođenja algebarske notacije je ubrzavanje učeničkog napretka i stvaranje dobre osnove za lakše buduće učenje algebre i matematike.

Primjer iz knjige *Adding It Up* autora Kilpatrick i saradnika, jasno daje do znanja da je aritmetika orjentisana davanju odgovora bez stavljanja fokusa na relacije. Primjer iz knjige pokazuje da učenici koji su tek počeli sa učenjem algebre, u zadatku 8 + 5 = _ + 9 će na liniji upisati broj 13 jer se fokusiraju na izraz 8+5 koji izračunaju i upišu na liniji, umjesto da stave tačnu vrijednost 4. U ovom slučaju je jasno da znak = tretiraju kao „separator" između problema i rješenja pa vrše izračunavanje izraza sa lijeve strane znaka (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).

4. Rana algebra u početnoj nastavi matematike

Promovišući ranu algebru koja je svojstvena početnoj nastavi matematike, teoretičari smatraju da su matematičke strukture i odnosi koji vladaju među njima ključni elementi u području rane algebre. Crvenković i Romano (2014) ističu da se algebra bavi procesima o apstraktnim konceptima, te s tim u vezi dominantnu ulogu imaju konceptualna (ona koja se odnosi na razumijevanje određenog koncepta) i procesualna matematička znanja (ona koja se odnosi na razumijevanje procesa u tim konceptima).

Dalje se navodi da algebra predstavlja način razmišljanja i da uspjeh u algebri zavisi od najmanje šest vrsta razvoja matematičkih sposobnosti i to:

- generalizacije,
- apstrakcije,
- analitičkog razmišljanja,
- dinamičkog razmišljanja,
- modelovanja i
- organizacije (Kieran, 2004:146).

Živanović (2019) smatra da ranu algebru ne treba posmatrati samo kao rano uvođenje određenih algebarskih sadržaja u nastavu matematike. Rana algebra se znatno razlikuje od proučavanja takozvane apstraktne algebre koja se proučava u starijim razredima. Carraher i saradnici te odlike zasnivaju na:

- „utemeljenju rane algebre na problemskim situacijama koje imaju veliki značaj u ovladavanju bazičnih algebarskih pojmova od strane učenika;
- odgovornosti koju rana algebra ima u osposobljavanju učenika da promjenljive shvate kao simbole;
- korelaciji koju rana algebra ostvaruje sa drugim oblastima u početnoj nastavi matematike;
- jednostavnosti problemskih situacija sa kojima se učenici susreću“ (Carraher et al., 2007, prema Živanović, 2019:104).

Mnogi autori smatraju da uvođenjem rane algebre uz aritmetiku omogućava da učenik:

- uvidi odnos između nepoznatih veličina pri rješavanju problema pomoću jednačina i slova;
- transformacijom aritmetičkog obilježavanja (notacija) u algebarske, podstiče generalizaciju;
- upotreba raznovrsnih algebarskih simbola pomaže pri uvođenju generalizacija.

Praksa je pokazala da učitelji koji predaju nastavu matematike u početnim razredima osnovne škole dio su mnogih učeničkih problema u nastavi matematike zbog slabog poznavanja aritmetičkih odnosa i algebre, odnosno, slabe učiteljske instrukcije i nedovoljnog poznavanja suštine i strukture računskih operacija.

Da bi se problem prevazišao, Stevanović i saradnici (2014) smatraju da razdvajanje aritmetike od algebre kod učenika samo negativno produbljuje razumijevanje koncepata koji se nalaze u osnovi aritmetike. Oni preporučuju parcijalno integrisanje ova dva domena, za učenike nižih razreda osnovne škole najbolji podsticaji za rano algebarsko mišljenje ogleda se u:

- preispitivanju uloge znaka jednakosti,

- generalizaciji aritmetike,
- uočavanju funkcionalnih veza,
- uočavanju relacijskih veza.

4.1. Preispitivanje uloge znaka jednakosti

Simbol jednakosti je jedan od najvažnijih znakova i u aritmetici i u algebri. U nižim razredima osnovne škole učenici ga uglavnom posmatraju kao znak za izračunavanje neke računske operacije, a ne kao znak koji označava da je izraz s lijeve strane jednak izrazu s desne strane, tj. ekvivalentan. Ukratko, na osnovu iskustva, učenici vide jednu stranu jednakosti, obično lijevu kao problem, a desnu kao odgovor na taj problem. Zato je bitno naučiti učenika da je ovaj znak ustvari relacijski simbol.

Ovaj relacijski simbol naročito je važan kada su u pitanju jednačine, pa je bitno da učenici znaju smisleno postavljati, tumačiti i upravljati jednačinama (Knuth at al., 2005).

Čitav proces poimanja znaka jednakosti, od operacijskog do relacijskog simbola, odvija se jako sporo tokom učenja matematike u devetogodišnjoj osnovnoj školi, zato je bitno učenike usmjeriti prema pravom zaključivanju znaka jednakosti kao ekvivalencije, nakon čega bi shvatanje algebre bilo mnogo lakše tokom daljeg školovanja.

No, da bi učenici nižih razreda mogli da shvate znak jednakosti kao ekvivalenciju, učitelji mogu koristiti istinite ili neistinite (tačne ili netačne) iskaze otvorenog tipa, naročito ako se s obje strane znaka nalazi neka operacija (Carpenter at al., 2003). Pod zadacima otvorenog tipa podrazumijevamo jednakosti koje imaju prazno mjesto koje treba popuniti tako da jednakost bude tačna. Ovakvi izrazi otvaraju mogućnost diskutovanja, lakog uključivanja i još lakšeg načina usvajanja jednačina kasnije jer, na primjer crtica sa praznim mjestom, predstavlja ustvari nepoznatu.

Na primjer:

Tabela 1. *Ponuđeni izrazi*

1.	2.
a) 4 + 6 = 10	a) 10 = 4 + __ ili __ = 4 + 6
b) 10 = 4+ 6	b) 10 = __
c) 10 = 10	c) 7 - __ = 6 - 4
d) 4 + 6 = 6 + 4	d) __ + 6 = 6 + 10
e) 4 + 6 = 5 + 5	e) 4 + 6 = __ + 5

Prema datim izrazima:

a) Učenici u prvom (tabela 1, kolona 1.) izrazu prepoznaju poznatu šemu (dva broja s lijeve strane ili zbir brojeva, jednakost i izračunati odgovor). Međutim, pitanjem koji iskaz je istinit, a koji ne, učenici se podstiču da razmisle o znaku jednakosti.

b) Djecu treba navesti da ne računaju, već da smisao vide u relacijskom povezivanju lijevog i desnog iskaza.

c) Isto tako (2. kolona), učenik ne bi trebalo da računa 6 - 4 koji iznosi 2, pa od broja 7 oduzeti neki broj da bi dobio 2, već bi trebalo da uoči ekvivalenciju izraza na način da je 7 veće za 1 od 6 (koji se nalazi s desne strane jednakosti), a oduzimanjem 1 na lijevoj strani bi smo dobili jednake izraze. Zatim, broj koji je veći za 1 od 4 je broj 5, a to je broj koji upisujemo na crtici. Ukratko, suština je da učenici uoče da se broj 7 s lijeve strane treba smanjiti za 1 da bi dobili 6 kao na desnoj strani, a broj 4 sa desne strane povećati za 1 da bi dobili 5 na prazno mjesto s lijeve strane.

Takođe, zadatke pod *d* i *e* je potrebno sagledavati kao relacijsku povezanost lijevog i desnog iskaza. Naučiti učenika da posmatra cijeli izraz je dug proces, ali zadaci tipa 4 + 6 = __ + 5 ih tjeraju da nađu smisao i pogledaju cijeli izraz jer znaju da $4 + 6 \neq 5$.

Praksa je pokazala da je učenicima najteže transformisati izraz koristeći distributivnost. U zadatku na primjer, 6 + 6 = 4 · (__ + __). U ovom izrazu, učenici prvo izračunaju zbir dva broja (koji je 12) i koji nakon djeljenja sa 4 daje rješenje 3, umjesto da uoče vezu, odnos između brojeva i primijete da su brojevi 8 i 4 dvostruko veći i jednaki broju 4, te da je zbir ta dva broja 3 puta veći od 4. Tako je broj 4 zajednički faktor lijeve i desne strane, pa rezultat sabiranja u zagradi s desne strane mora biti 3, tj. na crtice s praznim mjestima treba upisati 1 i 2 ili 2 i 1 uzimajući u obzir svojstvo komunikativnosti (Kiziltoprak, 2017).

Dalje, koncept varijable bitno se razlikuje od koncepta nepoznate i to predstavlja izvor mnogih problema na koje učenici nailaze tokom školovanja. Naime, nepoznata je broj koji ne varira, a varijable su algebarski alat pomoću kojeg se izražavaju generalizacije u matematici, odnosno, vrijednost koja se mijenja.

Schlieman i saradnici ovaj problem vide zbog:

a) Ograničenih aritmetičkih problema riječima s fokusom na probleme zamjene upoređivanja kojem nedostaje odgovarajući brojilac (npr. Saša ima nekoliko klikera, dobio je još 4 pa sada ima 9. Koliko klikera je Sasa imao na početku?).

b) Umjesto opisivanja poznatog u problemu, koristi se notacija kao sredstvo za izračunavanje.

c) Umjesto na pronalaženje veza među problemima, fokus se stavlja na izračunavanje određenih vrijednosti (Schliemann at al., 2007)

Upotrebom brojevnih izraza ili niza brojevnih izraza, moguće je uspostaviti „most“ između algebarskog i aritmetičkog načina razmišljanja. Takvi izrazi ukazuju na vezu koja ostaje istinita, tačna, bez obzira na brojeve koji se pojavljuju u izrazu.

Na primjer: 61 – 26 + 26 = 61, pripada klasi jednačina tipa a – b + b = a, što je tačno za bilo koju vrijednost a i b.

S ovakvim varijablama učenik može da identifikuje i razmatra algebarsku generalizaciju i prije učenja algebarske notacije jer se upućuju na razvijanje koncepta varijable, a ne nepoznate.

Da bi učenik uopšte razmišljao o relacijama algebarskih koncepata, jednačine mora da nauči da posmatra kroz analiziranje, a ne kao proces koji treba riješiti. Zato je bitno, pri učenju obratiti pažnju na osobine kao što su:

- komplementarnost sabiranja i oduzimanja,
- komutativnost sabiranja,
- asocijativnost sabiranja,
- da se rezultat ne mijenja ako se isti broj doda ili oduzme od oba člana,
- da zbir dva broja se ne mijenja kada se isti broj sabere sa jednim sabirkom, a oduzme od drugog sabirka;
- nula je neutralni elemenat za sabiranje,
- da ako se broj oduzme od samog sebe dobija se nula,
- svaki broj se na više načina može prikazati kao zbir dva broja (Molina i sar. 2005).

4. 2. Generalizacija aritmetike

Kada objašnjavamo o generalizaciju aritmetike, navodimo primjer iz istraživanja koje je sproveo Romano gdje su ispitanici su bili studenti učiteljskog fakulteta koji su položili ispite matematike na studijskom programu. Jedno od pitanja iz istraživanja bilo je - šta je paran broj? Kao tačan odgovor trebalo je navesti da su parni prirodni brojevi djeljivi sa 2, npr. to su brojevi: 2, 4, 6, 8... Izvođenjem generalizacije, trebalo je zaključiti da ako prirodan broj n dijelimo brojem 2, rezultat će biti opet neki prirodan broj kojeg možemo označiti sa m iz čega slijedi da svaki od njih možemo napisati u obliku $n = 2m$, gdje je m neki drugi prirodan broj.

Ovaj test je jasan pokazatelj da su mnogi studenti imali problema sa izvođenjem generalizacije, jer niko nije umio zapisati pojmove parnog broja algebarski. „Rezultati ovog testa znanja, sposobnosti i ovladanih vještina pokazuju da bi sposobnosti učitelja za izvođenje generalizacija za zadatke tipa $n = 2m$ (parni brojevi) trebalo znatno povećati prije pokretanja projekta involviranja rano algebarskih vještina u aritmetičke strukture - u nižim razredima osnovne škole“ (Romano, 2010). Sličan rezultat, a i zaključak je donijet i sa neparnim brojevima i ostalim zadacima.

4.3. Uočavanje funkcionalnih veza

Pod pojmom funkcionalne veze podrazumijevamo uopštavanje numeričkih modela (Crvenković, Romano, 2014). One pomažu u razumijevanju odnosa, veza između matematičkih operacija tj. kako se mijenja uzorak iz koraka u korak.

Prije nego se sam pojam *funkcionalne veze* uvede u nastavu, učenici su i sami sposobni da primijete zavisnost između neke dvije promjenljive veličine, tako da je dovoljno definisati je kao *pravil*o koje elementima jednog skupa dodjeljuje elemente drugog skupa (Karjaković, 2014).

Za uočavanje funkcionalnih veza možemo predstaviti parne i neparne brojeve kroz operaciju sabiranja. Na primjer:

Učeniku je lako uočljivo da ako neki broj saberemo sa brojem 1, rezultat je *sljedbenik tog broja.*

1 + 1 = **2** **2** + 1 = **3** .... **9** + 1 = **10**

Tako, ako sa a označimo bilo koji prirodan broj, a sljedbenik sa a^1, onda jednakost

$$a + 1 = a^1$$

opisuje *pridruživanje* koje paru brojeva a i 1 pridružuje broj a^1**.**

Dalje, kako su neparni prirodni brojevi *sljedbenici parnih prirodnih brojeva,* to parnom broju kojeg predstavljamo sa $2a$ (gdje a predstavlja bilo koji prirodni broj) dodajemo broj 1. Slijedi da je $2a+1$ *neparan broj* (Crvenković, Romano, 2014).

Isto tako, *da zbir dva neparna broja daju paran broj*, možemo prikazati primjerom gdje su 7 i 9 neparni brojevi. 7 + 9 = 16 (16 je paran broj jer 16 = 8 + 8)

Zaključak, *zbir neparnih brojeva* 7 i 9 *je paran broj* 16.

Dokaz iznijetog možemo predstaviti na sljedeći način:

Broj 7 je neparan broj i možemo ga predstaviti u obliku: 7 = 6 + 1 = 3 + 3 + 1

Broj 9 je neparan broj i možemo ga predstaviti u obliku: 9 = 8 + 1 = 4 + 4 + 1

Ako saberemo brojeve 7 i 9 prikazane u datim oblicima, slijedi:

$$\underbrace{7 + 9}_{16} = (6 + 1 + 8 + 1) = (3 + 3 + 1) + (4 + 4 + 1) = \underbrace{(3 + 4 + 1)}_{8} + \underbrace{(3 + 4 + 1)}_{8} = 16$$

Iz prethodnog vidimo da *zbir sa desne strane jednakosti je paran broj*, pa zaključijemo da je i *zbir sa lijeve strane jednakosti takođe paran broj*.

Uopštavanjem zaključujemo:

Hipoteza 1: Prvi broj je neparan (7), pa ga možemo predstaviti kao zbir dva jednaka broja i broja 1 (3 + 3 + 1) : $a + a + 1$.

Hipoteza 2: Drugi broj je neparan (9), pa ga možemo predstaviti kao zbir dva jednaka broja i broja 1 (4 + 4 + 1) : $b + b + 1$.

Zaključujemo: ako saberemo zbir a+a+1 sa zbirom $b + b + 1$, dobijamo:

$$(a + a + 1) + (b + b + 1) = (\mathrm{a} + b + 1) + (\mathrm{a} + b + 1)$$

Dakle, na kraju možemo zaključiti da kako zbir sa desne strane (a + b + 1) + (a + b + 1) predstavlja paran broj, tako i zbir sa lijeve strane jednakosti (a + b + 1) + (a + b + 1) je takođe paran broj.

4.4. Uočavanje relacijskih veza

Uočavanje relacijskih veza odnosi se na ispitivanje odnosa između datih veličina, tj. brojeva, operacija i njihovih relacija, ali ne i pronalasku rješenja. To podrazumijeva „korišćenje osnovnih osobina brojeva i operacija za transformaciju matematičkih operacija" (Laketić, 2019).

Znači, učenici bi trebalo da uče pri rješavanju matematičkih problema kako da ispituju vezu između veličina, kako da ih analiziraju i koriste međusobne odnose da bi riješili problem. U tu svrhu potrebno je da učenik, različitim aktivnostima koje podstiču razmišljanje i vještinom računanja, dobro razumije aritmetiku da bi apstrakcije koje dolaze učenjem algebre doprinijele boljem razumijevanju iste.

Najbolji način ovakvog razmišljanja kod učenika omogučava rješavanje jednačina i nejednačina (Karjaković, 2014). Kao primjer možemo uzeti i sljedeći zadatak:

Na crticu upiši neki broj tako da jednakost bude istinita (tačna):

8 - __ = 9 - 4

Prvi način, onaj koji najčešće učenici koriste dok rješavaju ovakve zadatke, bi bio taj da učenici prvo izračunaju poznatu razliku brojeva sa desne strane, 9 - 4 i dobiju broj 5, a zatim se zapitaju koji broj treba oduzeti od 8 da bi dobili broj 5. Dakle, traženi broj je broj 3.

Drugi način, onaj koji stvarno podstiče učenika na razmišljanje o relacijskim vezama, bi bio da učenik primijeti da je 9 veće od 8 za 1. Kako se sa desne strane od broja (9) oduzima 4 i kako bi se uspostavila ravnoteža, od broja sa lijeve strane (8) moramo oduzeti broj koji je za 1 manji od 4, znači 3.

Oba ova načina daju tačne rezultate, ali je razlika u načinu razmišljanja.

Interesantno je da učenici drugi način razmišljanja lakše primijete kod većih brojeva. Na primjer: 136 + 333 = 334 + __. Učenici odmah zapažaju posmatranjem odnosa između datih brojeva sa obje strane jednakosti da je broj 334 za 1 veći od broja 333, pa kako bi se lijeva i desna strana izjednačila, dovoljno je da od 136 oduzmu 1. Znači, rješenje bi bio broj 135.

U praksi se učenici nažalost uglavnom oslanjaju na prvi način rješavanja problema, tj. računanjem. Razmišljanja o odnosima raznih vrijednosti i izraza sa obje strane jednakosti je ustvari relacijsko razmišljanje pomoću kojeg se ispituje kako je jedna operacija povezana s drugom. Ovaj vid razmišljanja potrebno je postepeno uvoditi kroz zadatke. Ponekad je u prilog tome potrebno zadavati velike brojeve kako bi odustali od računanja i posvetili se razmišljanu o odnosima između datih brojeva (Kiziltoprak, 2017).

5. Svojstva matematičkih operacija

Da bi učenik uopšte razmišljao o relacijama, funkcijama i generalizacijama algebarskih koncepata, potrebno je da prvo, različitim aktivnostima koje podstiču razmišljanje i vještinom računanja, dobro razumije aritmetiku, da je posmatra kroz analiziranje, a ne kao proces koji treba riješiti. Zato je bitno, pri učenju obratiti pažnju na osobine kao što su:

1. Svojstva sabiranja

- Zbir se ne mijenja ako sabirci zamijene mjesta - <u>komutativnost</u> (a + b = b + a)
- Zbir tri sabirka se ne mijenja ako se dva sabirka združe i njihovom zbiru doda treći sabirak -<u>asocijativnost</u> (a + b) + c = a + (b + c)

2. Stalnost zbira

Ako jedan sabirak povećamo za neki broj, a drugi sabirak smanjimo za isti taj broj, zbir se neće promijeniti (a + n) + (b – n) = c

3. Zavisnost zbira od promjene sabiraka

- Ako jedan sabirak uvećamo za neki broj, onda se i zbir poveća za taj broj

(a + n) + b = c + n

- Ako jedan sabirak umanjimo za neki broj, onda se i zbir umanji za taj broj

(a – n) + b = c – n

4. Zavisnost razlike od promjene umanjenika i umanjioca

Ako umanjenik uvećamo za neki broj, onda se i razlika povećava za taj broj

(a + n) – b = c + n

- Ako umanjenik umanjimo za neki broj, onda se i razlika umanji za taj broj

(a – n) – b = c – n

- Ako umanjilac uvećamo za neki broj, onda se razlika umanji za taj broj

a - (b + n) = c – n

- Ako umanjilac umanjimo za neki broj, onda se razlika uveća za taj broj

a - (b – n) = c + n

5. Stalnost razlike

- Ako se umanjeniku ili umanjiocu doda ili oduzme isti broj, razlika se neće promijeniti

(a – n) - (b – n) = c

(a + n) - (b + n) = c

5.1. Jednačine u početnoj fazi matematike

Prema mišljenju Kieran (1996) dva osnovna elementa algebre su jednačine i matematički izrazi. Takođe, smatra da jednačine treba shvatiti kao strukturu koja povezuje dva algebarska izraza, ali i više od dva izraza, a da pritom predstavljaju istu situaciju, pa je u tom pravcu i potrebno razviti svijest kod učenika. Poseban fokus stavlja na bitnost poznavanja jednakosti kroz:

a) reflektivnost tj. isto je isto,

b) simetričnost, tj. jednakost lijeve i desne strane,

c) tranzitivnost tj. a = b , b = c $\Rightarrow$ a = c.

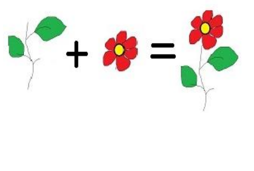
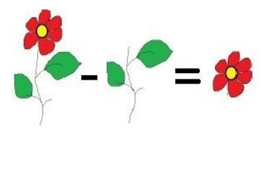
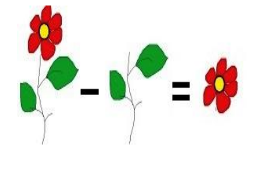
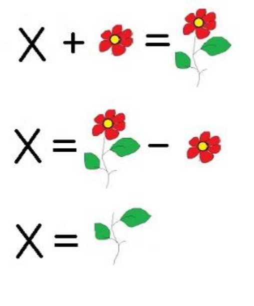
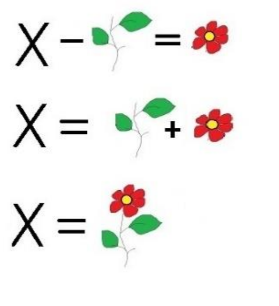
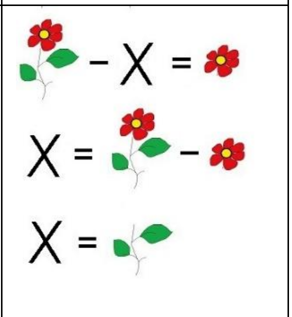
Iako naš program predviđa postepeno uvođenje jednačina još u prvom ciklusu kroz određene problemske situacije, a konkretnije rade u četvrtom razredu, potrebno je više pažnje posvetiti ovoj oblasti. Jednačine učenicima omogućavaju manipulaciju slovima i slovnim izrazima s ciljem uvođenja promjenljive. Od velikog značaja je uočavanje veze između sabiranja i oduzimanja koje omogućavaju rješenje jednačine tipa a + b = c, c – b = a (Marjanović, 1996).

Pojam nepoznatog broja i jednakosti uvodi se još u prvom razredu kroz razne na primjer didaktičke igre kao što su otkrivanje broja koji se krije iza X (X = 2) i slično. Dalje, u sljedećoj fazi školovanja (u četvrtom razredu) kod jednačina oblika X + 3 = 5, učenici rješavaju tražeći broj koji je potrebno sabrati sa 3 da bi dobili 5. Zatim, u fazi kod jednačine oblika X + 3 = 5, rastavljaju zbir na dva sabirka od kojih je jedan poznat, tj. jednačina se transformiše u X + 3 = 2 +3 (Dejić, Egerić, 2003).

Učenici nižih razreda osnovne škole najčešće rješavanje prostih jednačina u skupu prirodnih brojeva svode na korišćenje promjenljive X. Puko učenje o upotrebi slova kao algebarskih promjenjivih i nepoznatih, nije dovoljno jer se tako ne može opisati neka nepoznata vrijednost. Isto tako, stalna upotreba slova X navikava učenika da samo na taj način predstavlja nepoznate. Međutim, od velike je važnosti podsticati algebarsko mišljenje.

Cilj podučavanja je da učenici rade sa izrazima koji uključuju promjenljive, da rade sa simbolima bez obraćanja pažnje na ono što oni predstavljaju. Tako, u početnoj fazi može se početi od raznih zanimljivih ilustracija kao što je tabela 2.

Tabela 2: *Ilustrativno predstavljanje jednačine i uvođenje slova kao nepoznate*

Ako je		Ako je		Ako je	
Nepoznati sabirak je:		Nepoznati umanjenik je:		Nepoznati umanjilac je:	

Što se tiče promjenljive, one mogu biti jedinstvene nepoznate vrijednosti ili vrijednosti koje se mijenjaju.

U nižim razredima matematički sadržaji imaju za cilj da pomognu učenicima da uoče i artikulišu odnose među varijablama. Učitelj na jednostavan način može pomoći učeniku da dođe do zaključka. Na primjer, primjer uzet iz lične arhive se pokazao kao zanimljiv učenicima.

Zadatak postavljen učenicima podrazumijevao je pokazivanje dvije kutije sa slatkišima. Dok učitelj drži po kutiju u obje ruke, objašnjava učenicima da kutija s lijeve strane je Anina, a kutija s desne strane Miloševa. Zatim dodaje da obje kutije sadrže isti broj bombona s tim što Ananina ima jedan slatkiš više, a Miloševa tri slatkiša više. Učenici bi raspravljali koliko bombona ima u kutijama i koristili bi riječi, crteže i brojeve kako bi opisali situaciju na papiru. Postavlja se pitanje da li će učenici fiksirati iznose ili će razmatrati više mogućih iznosa u skladu s konceptom varijable.

Učenici su prvo pokušavali pogoditi broj bombona u kutiji, čak su je i treskali pokušavajući da utvrde broj bombona. Međutim, nekoliko učenika ostavilo je te vrijednosti nedefinisanom nacrtavši na papiru dva kvadrata sa upitnikom unutra. Na taj način su oklijevali da izraze vrijednost jer naravno nijesu znali kolika je i kako doći do nje. Učitelj tada može iskoristiti taj momenat i umjesto znaka pitanja uvesti slovo kao vrijednost broja bombona. To je učenicima itekako prihvatlivo jer je zamjena za upitnik koji je takođe pokazivao nepoznanicu.

Učenici bi spontano izjavili da Ana ima „N i jedan“, a da Miloš ima „N i tri“ bombona. Nakon kraćeg razgovora i dodatne analize, ti učenici bi svoje drugare uvjerili da se ti iznosi mogu napisati kao „N + 1“ i „N + 3“. Tu bi se i učitelj uključio sa konstatacijom da slovo N mora označavati isti broj u svakom slučaju. Tada bi problem mogao biti predstavljen (n beskonačnim) brojem uređenih parova gdje bi učitelj bilježio vrijednosti, jedan red za svako pogađanje, u tablicu s zaglavljima za Anin i Milošev zbir. U praktičnom smislu samo jedno rješenje bi moglo vrijediti za ovaj slučaj, ali sve vrijednosti su mogle biti to „rješenje“

U narednim lekcijama učenici su istraživali odnose između varijabli kroz brojevne crte, tablice funkcija i algebarske notacije.

Tako na primjer u zadatku $n + n + 6 = n + 11$, slovo n predstavlja nepoznatu vrijednost koja se ponavlja u izrazu, što znači da ima istu vrijednost na svakom mjestu gdje se javlja. Međutim, u jednačini $a + 6 = 10 – b$, rješenje može biti $a = 3$ *i* $b = 1$, ali isto tako može biti i $a = b = 2$, što znači da jednačina ima više rješenja te da se promjenjiva mijenja, varira. Većinu učenika zbunjuje činjenica da različita slova ne moraju baš uvijek da označavaju i različite brojeve.

Prema programu za četvrti razred, predviđa se da učenici na tom uzrastu mogu da rješavaju jednostavne jednačine oblika: $a + x = b$, $a – x = b$, $x – a = b$, $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$, $a \cdot x + b = c$ *i* $a \cdot x – b = x$.

Dobro ovladavanje operacijama sabiranja i oduzimanja učenicima bitno olakšava određivanje nepoznatog broja, prepoznavanje komponenti određene jednačine kao i odnose među njima. Na primjer, jednačine oblika X + 8 = 13 ili 13 – X = 8, moguće je riješti istim postupkom, X = 13 – 8 , ali se prvi oblik predstavlja sabiranjem, a drugi oduzimanjem. Međutim, vježbanjem na adekvatnim primjerima, stečeno znanje se ne smije „formirati na zapamćivanju, već značenju“ (Marjanović, 1996:73). Provjera rješenja je bitan završni korak pri rješavanju jednačine, odnosno, jedna od ključnih komponenti u radu u algebri, jer dešava se da učenik pogrešno izračuna i takav rezultat ostavi.

Postupak rješavanja prostih primjera jednačina sa računskim operacijama sabiranja i oduzimanja potrebno je svesti na izvođenje samih operacija kao u primjeru: X + 14 = 19 gdje broj sabran sa 14 daje 19. Znači, zapisujemo X = 5, pa se vrši provjera 5 + 14 = 19. Na taj način učenici primjenjuju svoja stečena znanja vezana za ove računske operacije. Da bi se čitav rad popeo na veći nivo, potrebno je pri rješavanju jednačina stvarati problemske situacije bliske učeniku iz svakodnevnog života (Dejić, Egerić, 2003).

Tako bi prethodni primjer mogli predstaviti kao: U priboru je bilo nekoliko nenaoštrenih bojica. Maja je dodala još 14 naoštrenih bojica pa ih ukupno ima 19. Koliko je nenaoštrenih bojica bilo u priboru?

Prema tome, nakon postavljanja jednačine i rukovodeći se vezom između sabiranja i oduzimanja i shvatanje komponenti od kojih se jednačina sastoji, zaključujemo da je nepoznat prvi sabirak kojeg ćemo naći razlikom zbira i poznatog sabirka:

X + 14 = 19

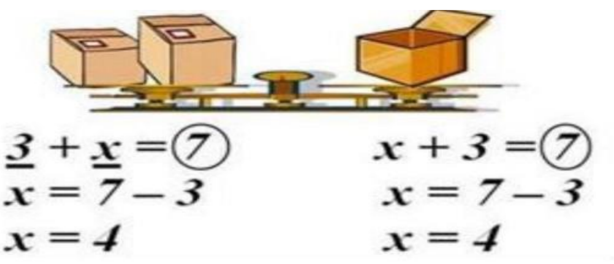
X = 19 – 14

X = 5

Dakle, nenaoštrenih bojica je bilo pet, što se provjerava opet sabiranjem: 5 + 14 = 19. Takođe, na osnovu slike učenik može sam postaviti zadatak, kao na primjer:

Na osnovu slike (broj 2), odredi koja je jednačina tačna, a zatim objasni kako si došao do rješenja.

3kg X 7kg

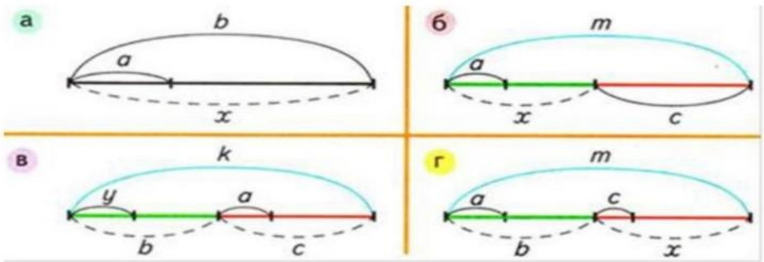


Slika 2: *Ilustracija zadatka*

Ili, na osnovu slike (slika 3) postavi jednačinu i riješi je, a zatim objasni kako si došao do rješenja.

Slika 3: *Ilustracija zadatka 2*

Ili, za svaku šemu (slika 3) napiši nekoliko jednačina i riješi ih uz objašnjenje.



Slika 4: *Ilustracija zadatka 3*

Jednačine oblika $a \cdot x = b$ *i* $b : x = a$ rješavaju se uočavanjem veza između računskih operacija množenja i dijeljenja.

Prije svega, učenik bi trebao da, na primjer broj 32, vidi kao proizvod brojeva 8 i 4 koji se može predstaviti kao:

8	8	8	8

32

Na taj način učenici se podučavaju da predstavljenu sliku čitaju „na četiri mjesta po 8“ kako bi kasnije naučeno predstavili u obliku jednačine: $8 \cdot X = 32$, a zatim putem djeljenja proizvoda sa poznatim činiocem doći do nepoznatog broja. $X = 32 : 8$, $X = 4$

x	x	X	x	X	X	x	X

32

Isto tako i kod jednačine 32 : X = 8 putem dijeljenja dijeljenika sa količnikom dolazimo do nepoznatog broja: X = 32 : 8, X = 4, a to možemo predstaviti:

$$\underbrace{\boxed{8}\boxed{8}\boxed{8}\boxed{...x}}_{32}$$

Prema programu za četvrti razred predviđeno je usvajanje znanja u radu i sa složenijim oblicima jednačina tipa $a \cdot x - b = c$ i $a \cdot x + b = c$, za koje je potrebno funkcionalno znanje aritmetičkih operacija i ovladavanje aritmetičkim izrazima u skupu prirodnih brojeva.

Na primjer, ako učenici izraz 14 · 3 – 30 razumiju kao razliku proizvoda brojeva 14 · 3 i broja 30, neće imati problema ni da u jednačini tipa 14 · X – 30 = 18 uoče izraz u kojem se nalazi nepoznati broj X i posmatraju ga kao nepoznati umanjenik. Uz problemsku situaciju i tekstualni zadatak, rad se uzdiže na još veći nivo.

Isto važi i za jednačine tipa $a \cdot x + b = c$ gdje na primjer kroz tekstualni zadatak učenici dolaze do rezultata uočavajući da je nepoznati broj ustvari nepoznati sabirak. Na primjer: Ana je kupila nekoliko istih šnalica po cijeni od 3e, a jednu po cijeni od 7e. ukupan račun je iznosio 37e. Koliko je istih šnalica kupila Ana?

Prema datim informacijama, možemo postaviti jednačinu:

$\underline{3 \cdot X + 7 = 37}$

3 · X = 37 – 7 (tražimo nepoznati sabirak)

3· X = 30 (tražimo nepoznati drugi činilac)

X = 30 : 3

X = 10 Provjera: 3 · 10 + 7 = 30 + 7 = 37. Odgovor: Ana je kupila 10 istih šnalica.

Brojna istraživanja pokazuju da učenici u nižim razredima osnovne škole treba da rješavaju jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom, a tek u višim razredima sa više nepoznatih. Isto tako, najprikladnija metoda smatra se učenje putem pokušaja i grešaka. (Dejić, Egerić, 2003).

Važno je napomenuti da rješavanje jednačina na osnovu pravila nije samo po sebi cilj početne nastave matematike.

Cilj je da učenici razumiju postupak rješavanja jednačine, da umiju da reaguju na datu situaciju zapisivanjem jednačine, da na osnovu inverznosti računskih operacija otkrivaju postupke određivanja nepoznatog broja, da uvijek vrše provjeru tačnosti dobijenog rješenja i shvate ulogu jednačina u rješavanju realnih problema. (Špijunović, Maričić, 2016).

5.1.1. Algoritam rješavanja jednačina

Veliki problem za učenike predstavlja sposobnost rješavanja čak i jednostavnih jednačina. Ova vještina se zasniva na poznavanju odnosa između komponenti i rezultata računskih operacija. Mnogi učitelji na zidovima učionice drže panoe sa tablicama, šemama, računskim operacijama koje često ne daju željene rezultate.

Zajedno sa djecom neophodno je dok proučavaju sve četiri računske operacije, sastaviti tabelu odnosa između komponenti i rezultata operacija, odnosno algoritam rješavanja jednačina kako bi lakše ga naučio i primjenjivao.

Tabela 3 *: Algoritam rješavanja jednačina*

1. Zapiši jednačinu.	X – 5 = 7
2. Imenuj komponente.	Umanjenik, umanjilac, razlika.
3. Imenuj šta je poznato.	Umanjilac, razlika.
4. Imenuj šta je nepoznato.	Umanjenik.
5. Zapamti pravilo.	Da bi pronašli umanjenik, potrebno je sabrati razliku i umanjilac.
6. Zapiši.	X = 7 + 5
7. Izračunaj.	X = 12
8. Provjeri.	Umjesto nepoznate, napiši dobijeni broj. 12 – 5 = 7
9. Provjeri.	Da li je lijeva strana jednaka desnoj? 7 = 7
10. Zapiši odgovor.	12

Rješenje: $\underline{X - 5 = 7}$

$X = 7 + 5$

$X = 12$

Provjera: $12 - 5 = 7$ Odgovor je 12.

Isto važi i za određivanje nepoznatog umanjioca, sabirka, činioca, djeljenika i djelioca.

5.2. Nejednačine u početnoj fazi matematike

Prema Predmetnom programu iz matematike, pojam nejednakosti se uvodi u četvrtom razredu osnovne škole, da bi se u sljedećem razredu, petom, osposobili da rješavaju nejednačine u skupu prirodnih brojeva. Međutim, reći ćemo nešto i o nejednačinama s obzirom da učitelj predaje i u petom razredu. No, prije pristupu rješavanja nejednačina, potrebno je sprovesti određene postupke. Prema Zeljiću to bi bilo:

- „ovladavanje aritmetičkim izrazima i poznavanje njihove strukture;
- razumijevanje i sprovođenje postupaka pri rješavanju jednačina;
- uvođenje skupovno-teorijske notacije;
- upoznavanje sa nejednačinama oblika $x > a$ i $x < a$;
- izgrađivanje razumijevanja funkcionalne zavisnosti rezultata operacije od promjene njenih komponenata“ (Zeljić, 2014).

Uvođenje nejednačina u nastavu Blanco i Garrote (2007:227) preporučuju poštovanje sljedećih zahtjeva:

- „ pojam ne uvoditi suviše brzo;
- uvjeriti se da je razvijeno značenje simbola;
- naglasiti razlike između jednačina i nejednačina;
- koristiti različite jezike, algebarski i svakodnevni, kako bi se pojam razumio;
- uvesti formalne notacije koji su u vezi sa procesima neophodnim za rješavanje nejednačina;
- koristiti različite strategije rješavanja“.

Prilikom upoznavanja učenika sa nejednačinama, prema metodičkoj osnovi Marjanovića, potrebno je početi od prostih primjera oblika: $x > a$ i $x < a$, gdje bi se učenik fokusirao na brojeve koji mogu zamijeniti X, pa tek onda odrediti skup brojeva koji mogu biti X (Marjanović, 1996).

U daljem radu na nejednačinama, konkretno u petom razredu, neophodno je učenike uputiti na izradu prostih zadataka tipa: $x + a > b$, $a + x < b$, $x - a > b$, $a - x < b$, $a - x < b$, $a - x > b$, $a \cdot x > b$, $a \cdot x < b$, gdje je lako uočiti skup rješenja, ali i slučajevi sa jednim rješenjem, ili bez rješenja. Takođe, je potrebno uvesti kod zapisivanja rješenja i simbole $\in$, { i }.

U pripremnom periodu uvodi se promjenljiva koja ne zamjenjuje slovo, već neki objekat kao na primjer krug, crta, kvadrat i slično, tipa: __ < 5, 4 + 3 >__ ili 6 + __ < 13.

Iz sva tri primjera učenik treba da uoči da je potrebno odrediti odgovarajuće brojeve koji mogu zadovoljiti postavljene uslove nejednačina, te ih upisati na crte. Takođe treba da uoče da postoji više brojeva, tj. skup rješenja koji zadovoljavaju datu nejednakost. Ovdje je jasno da nastavnik kordinira i upućuje učenika ka tim zaključcima dok učenik ne počne samostalno da radi (Dejić, Egerić, 2003).

U momentu kada uvodimo X kao oznaku za bilo koji broj koji pogoduje datoj nejednakosti, onda se radi o nejednakosti sa promjenljivom pa zapisujemo: $X < 5$, $4 + 3 > X$, $6 + X < 13$. Učenik treba da zna da „nejednakost sa promjenljivom naziva se nejednačina, a vrijednost promjenljive, za koju je nejednakost tačna, su rješenja te nejednačine“ (ibid, 2003:214). Kao što smo jednačine, tako i nejednačine treba postaviti kroz neku problemsku situaciju blisku učeniku.

Na primjer: Ivan je sakupio 27 sličica omiljenih fudbalera. Brat mu je dao još nekoliko pa sad ima manje od 31. Koliko sličica je Ivanu dao brat?

Na osnovu datih informacija, zapisujemo jednačinu: $27 + X < 31$

Do rješenja možemo doći na više načina:

a) Odabirom nekih brojevnih vrijednosti:

- prvu sličicu jer je $27 + 1 < 31$ ili
- drugu sličicu jer je $27 + 2 < 31$ ili
- treću sličicu jer je $27 + 3 < 31$.

Dakle, rješenja nejednačine mogu biti: $X = 1$ ili $X = 2$ ili $X = 3$, što možemo prikazati u vidu skupa: $X \in \{ 1, 2, 3 \}$ uz odgovor: Brat je mogao dati Ivanu 1, 2 ili 3 sličice.

b) Putem određivanja nepoznatog sabirka:

$27 + X < 31$

$X < 31 - 27$

$X < 4$ ili

$X \in \{1, 2, 3\}$

Odgovor: Brat je mogao dati Ivanu 1, 2 ili 3 sličice.

c) Putem tablice:

Tabela 3: *Određivanje nepoznatog broja*

	Skup rješenja					
X	1	2	3	4	5	6
27+x	28	29	30	31	32	33
	Tačna rješenja			Netačna rješenja		

Posmatranjem tablice ili popunjavanjem, učenici mogu da uoče da $X \in \{1, 2, 3\}$ i daju odgovor: Brat je mogao dati Ivanu 1, 2 ili 3 sličice.

Dozvoljeno je koristiti bilo koji model, tekstualni problem, tabelarni, grafički i drugi koji idu u prilog da učenik, prema svojim individualnim mogućnostima i osobinama, lakše i jasnije usvoji znanja vezana za nejednačinu jer samo tako „korišćenje verbalnih, numeričkih, grafičkih i algebarskih reprezentacija ima potencijal da proces učenja algebre učini smislenim i efikasnim“ (Friedlander & Tabach, 2001:173).

Na kraju treba se podsjetiti da rješavanje nejednačina se oslanja na rješavanje jednačina uz funkcionalnu primjenu pravila zavisnosti rezultata operacije od promjene njenih komponenata. Na primjer, nejednačinu oblika: $28 + X > 33$ rješavamo tako što ćemo prvo riješiti jednačinu $28 + X = 33$ ($X = 5$), a zatim vršiti analizu izraza $28 + X$. Slijedi da kada X uzima vrijednost 28, vrijednost izraza $28 + X$ jednaka je broju 33. Dalje, vrijednost izraza $28 + X$ raste kada se X povećava, pa je rješenje nejednačine $X > 33$. Takođe, važno je voditi računa i pri rješavanju nejednačina sa promjenljivim umanjenikom i umanjiocem u skupu prirodnih brojeva zbog izvodljivosti operacije oduzimanja u tom skupu (Živanović, 2019).

6. Planovi i udžbenici matematike za četvrti razred

Kada su u pitanju predmetni programi rada iz matematike, koji su redukovani i izdati još 2017. godine, a koje je svaki učitelj mogao preuzeti sa veb sajta Zavoda za školstvo Crne Gore, već neko vrijeme se ne mogu preuzeti sa ovog sajta. Učitelji, naročito oni koji su dugo vremena praktičari, taj predmetni program su uspješno primijenili u svoje planove te ih prilično usavršili, povezali sa udžbenicima i zadacima. Ishodi su pratili i aktivnosti i zadatke.

U vanrednim situacijama, kao što je pandemija i Covid 19 učitelji su se snalazili na sve moguće načine samo da nastava ne trpi. Nažalost, nastava se izvodila dugo vremena online.

Odlukom Ministarstva prosvjete, nauke, kulture i sporta, odlučeno je da se u Crnoj Gori radi po jedinstvenim redukovanim planovima. Naime, učitelji su dobili, pa malo je reći loš nastavni plan. Osim toga što je tehnički, amaterski urađen, slabo je redukovan, ne prati udžbenik, loše raspoređeni ishodi, aktivnosti, česta preklapanja, bez osnovnih uvodnih informacija... Vraćeni smo po pitanju planova unazad minimum deset godina. Vrsno Udruženje matematičara nije konsultovano i nije učestvovalo pri izradi planova. Jedini praktičari koji su kompetentni da učestvuju u takvom radu, nijesu pozvani. I tako, još uvijek radimo po tim planovima, nadamo se ne zadugo. Jedino što nam ostaje jeste da se uzdamo u savjest učitelja širom zemlje da praktični dio u radu sa djecom neće trpjeti.

II METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

1. Problem istraživanja

Različita istraživanja potvrđuju, da je matematičko mišljenje vrlo složen proces koji u svojoj osnovi sadrži kritičko, stvaralačko, logičko i apstraktno mišljenje. Kroz nastavu matematike nastavnik ima ulogu da osposobi učenika da računa i rješava različite matematičke probleme, ali ekvivalentno tom značaju i da ga osposobi da misli matematički. Kada je riječ o algebarskom mišljenju dva su aspekta mišljenja i to prvi kao uočavanje i iskazivanje generalizacija posredstvom formalnog sistema simbola, i drugi kao rasuđivanje posredstvom tih simboličkih formi. Ovakav način mišljenja bi trebalo razvijati kod učenika od samog početka obrazovanja, kako bi dalje učenje i shvatanje algebre bilo lakše i produktivnije.

Usvajanje rane algebre zahtijeva kod učenika prije svega osposobljavanje da nauče i razumiju osnovna algebarska obilježavanja simbola i izraza koji će im biti potrebni pri rješavanju jednostavnih problema, a kasnije tokom školovanja i kompleksnije algebarske situacije.

Već smo iznijeli da su, kako smatraju mnogi teoretičari, za učenike nižih razreda osnovne škole najbolji podsticaji za rano algebarsko mišljenje, matematičke strukture i odnosi koji vladaju među njima, ključni elementi koji omogućavaju da učenik:

- upotrebom raznovrsnih algebarskih simbola (notacijom) i transformacijom aritmetičkog obilježavanja u algebarske, podstiče i pomaže pri uvođenju **generalizacije;**
- uoči **funkcionalnu vezu** uopštavanjem numeričkih modela tj. razumije odnose, veze između matematičkih operacija, zavisnost između neke dvije promjenljive veličine,
- uoči **relacijsku vezu** koja se odnosi na ispitivanju odnosa između datih veličina, tj. brojeva, operacija i njihovih relacija, ali ne i pronalasku rješenja.
- uoči da je simbol jednakosti jedan od najvažnijih znakova i u aritmetici i u algebri, te da je neophodno znati da je ovaj znak ustvari relacijski simbol, ekvivalencija, naročito kada su u pitanju jednačine gdje se traži da smisleno postavljaju, tumače i upravljaju njima.

Takođe, pomenuli smo, da bi učenik uopšte razmišljao o relacijama, funkcijama i generalizacijama algebarskih koncepata, potrebno je da prvo dobro razumije aritmetiku, da je posmatra kroz analiziranje, a ne kao proces koji treba riješiti.

Bitno je da učenik pri učenju obrati pažnju na svojstva matematičkih operacija (svojstrva sabiranja, stalnost zbira, zavisnost zbira od promjene sabiraka, zavisnost razlike od promjene umanjenika i umanjioca i stalnost razlike). Takođe, dobro ovladavanje matematičkim operacijama, koje prethode algebarskim sadržajima, učenicima bitno olakšava određivanje nepoznatog broja, prepoznavanje komponenti određene jednačine kao i odnose među njima. To znači da moraju razlikovati i pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.

U kontekstu ove teme možemo se dotaći upitnikom i mišljenjem učitelja o implementiranosti algebarskih sadržaja u okviru Nastavnog programa za četvrti razred, kao i u okviru udžbenika matematike za četvrti razred.

Prema tome, **problem** ovog istraživanja pokušaćemo riješti odgovorima na pitanja - da li su algebarski sadržaji u dovoljnoj mjeri zastupljeni u četvrtom razredu i da li zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta?

2. Predmet istraživanja

Definisanje problema koji obuhvata oblast iz domena zastupljenosti algebarskih sadržaja u IV razredu i adekvatnom zadovoljenju potreba učenika ovog uzrasta, nameće potrebu da izvršimo empirijsko istraživanje i utvrdimo zatečeno stanje.

Prema tome, **predmet** ovog istraživanja je da pomogne u proučavanju zastupljenosti algebarskih sadržaja u četvrtom razredu.

3. Cilj i karakter istraživanja

Istraživanje ima za *cilj da utvrdi* nivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u četvrtom razredu osnovne škole i zadovoljenja potreba učenika ovog uzrasta kroz:

- utvrđivanje stavova i procjena učitelja o zastupljenosti algebarskih sadrzaja u Nastavnom programu i udžbeniku matematike za četvrti razred,
- utvrđivanje u kojoj mjeri su učenici savladali sve četiri operacije, razlikovanje pojmova: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost i rješavanje elementarnih jednačina.

Kako je ovo istraživanje neeksperimentalno, njegov **karakter** je dijagnostički.

4. Zadaci istraživanja

Iz unaprijed formulisanog cilja proizilaze sljedeći istraživački zadaci:

1. Ispitati u kojoj su mjeri zastupljeni algebarski sadržaji u Nastavnom programu za četvrti razred i u kojoj mjeri zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

2. Ispitati u kojoj su mjeri zastupljeni algebarski sadržaji u udžbeniku matematike za četvrti razred i u kojoj mjeri zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

3. Ispitati u kojoj su mjeri učenici savladali sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima.

4. Ispitati u kojoj mjeri učenici razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.

5. Ispitati u kojoj mjeri učenici uspješno rješavaju elementarne jednačine.

5. Hipoteze istraživanja

Na osnovu cilja i zadataka istraživanja, proistekle su sljedeće hipoteze:

Opšta hipoteza:

Algebarski sadržaji nijesu u dovoljnoj mjeri zastupljeni u četvrtom razredu i ne zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

Posebne hipoteze:

1. Algebarski sadržaji nijesu u dovoljnoj mjeri zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred i ne zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

2. Algebarski sadržaji nijesu u dovoljnoj mjeri zastupljeni u udžbeniku matematike za četvrti razred i ne zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

3. Učenici su u dovoljnoj mjeri savladali sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima.

4. Učenici u potpunosti razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.

5. Učenici uspješno rješavaju elementarne jednačine.

6. Operacionalizacija varijabli

Varijable istraživanja su atributivne i podijeljene su u više kategorija. Za potrebe ovog rada izdvojili smo sljedeće varijable:

1. a) Nezavisne varijable za učenike:
   - pol,
   - uspjehu na kraju III klasifikacionog perioda iz matematike

   b) Nezavisne varijable za učitelje:
   - pol,
   - godine iskustva.

2. Zavisne varijable:

- Nivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u Nastavnom programu za četvrti razred i zadovoljenja potreba učenika ovog uzrasta.
- Nivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred i zadovoljenja potreba učenika ovog uzrasta.
- Nivo učeničke savladanosti sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima.
- Nivo učeničkog razlikovanja pojmova: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.
- Nivo učeničkog rješavanja elementarnih jednačina.

Da bi smo istražili n*ivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u četvrtom razredu i zadovoljenju potrebe učenika ovog uzrasta*, operacionalizovani su pojmovi kojima se istražuju osnovne komponente ovog problema.

Nivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u Nastavnom programu za četvrti razred i zadovoljenja potreba učenika ovog uzrasta kao vrednosna orjentacija je dimenzija svijesti učitelja u kojoj on opaža vrijednosti vezane za algebarske sadržaje *u Nastavnom programu za četvrti razred.* Izražava se rezultatom odgovora na jedno pitanje. Odnosi se na prvi zadatak i odgovara tvrdnjama broj 1 (upitnik za učitelje).

Nivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred i zadovoljenja potreba učenika ovog uzrasta kao vrednosna orjentacija je dimenzija svijesti učitelja u kojoj on opaža vrijednosti vezane za algebarske sadržaje *u udžbeniku matematike za četvrti razred*. Izražava se rezultatom odgovora na tri pitanja. Odnosi se na drugi zadatak i odgovara tvrdnjama broj 2, 3 i 4 (upitnik za učitelje).

Nivo učeničke savladanosti sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima kao vrednosna orjentacija je dimenzija svijesti učitelja i učenika u kojoj oni opažaju vrijednosti vezane za *sve četiri računske operacije*. Izražava se rezultatom odgovora na jedno pitanje i jedan zadatak. Odnosi se na treći zadatak i odgovara tvrdnjama broj 5 (upitnik za učitelje) i broj 1 (prvi zadatak učeničkog testa).

Nivo učeničkog razlikovanja pojmova: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost kao vrednosna orjentacija je dimenzija svijesti učitelja i učenika u kojoj oni opažaju vrijednosti vezane za *pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.* Izražava se rezultatom odgovora na jedno pitanje i jedan zadatak. Odnosi se na četvrti zadatak i odgovara tvrdnjama broj 6 (upitnik za učitelje) i broj 2 (drugi zadatak učeničkog testa).

Nivo učeničkog rješavanja elementarnih jednačina kao vrednosna orjentacija je dimenzija svijesti učitelja i učenika u kojoj oni opažaju vrijednosti vezane za *elementarne jednačine*. Izražava se rezultatom odgovora na više pitanja i dva zadatka. Odnosi se na peti zadatak i odgovara tvrdnjama, stavom/mišljenjem/odgovorom učitelja na više pitanja (7 – 14) o datom problemu u upitniku za nastavnike i rješenjem dva zadatka (3, 4) sa testa učenika.

7. Metode istraživanja

Metodom teorijske analize ćemo analizirati različita shvatanja, uslove pod kojima nastaju i sl. U našem slučaju metodu teorijske analize koristićemo u proučavanju pedagoške (obrazovne i vaspitne) stvarnosti (empirije). Nju ćemo naročito koristiti pri teorijskoj pripremi ovog istraživanja.

Tokom istraživanja, koristićemo i deskriptivnu metodu, istraživačkim društvenim naukama poznatoj pod nazivom „neeksperimentalna“. Koristi se u proučavanju pedagoške stvarnosti onog što već postoji i oslanja na iskustvene (empirijske) činjenice koje su date

(koje postoje) i koje se uzimaju u obzir prilikom istraživanja.

Takođe, deskriptivna metoda će se primijeniti kod prikupljanja podataka, obrade i interpretacije rezultata.

Dakle, u ovom istraživanju, centralno mjesto imaće deskriptivna metoda jer nas na to upućuju predmet, cilj, zadaci i hipoteze istraživanja.

8. Tehnike i instrumenti istraživanja

Na osnovu odabrane metode koja će biti zastupljena, istraživanje će se realizovati tehnikama testiranja (prilog 1) i anketiranja (prilog 2).

Testiranje će se sprovesti upotrebom testa znanja kao instrumenta, koji će dati odgovore na drugi cilj (zadnje tri hipoteze), a kojim će se obuhvatiti: stečeno znanje učenika iz oblasti aritmetike koja se obrađuje u četvrtom razredu (I, II, i III klasifikacioni period) kao preduslov shvatanja algebre, tj. poimanja pojmova: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost uz izradu prigodnih zadataka koji se obrađuju u IV klasifikacionom periodu četvrtog razreda.

Obaviće se dva anketiranja. Jedno anketiranje će se sprovesti upitnikom kao instrumentom, koji će sadržati opšti dio sa podacima o učeniku (pol, opšti uspjeh na kraju III klasifikacionog perioda iz matematike), dok će drugi dio sadržati dva pitanja vezana za test znanja. Drugi dio sadržaće pitanja - koji od zadataka im je bio najteži da urade i zašto?

Drugi upitnik je namijenjen učiteljima i vezan je za prvi cilj (prve dvije hipoteze), a odnose se na nivo zastupljenosti algebarskih sadržaja u Nastavnom programu i u udžbeniku matematike za četvrti razred i zadovoljenja potreba učenika ovog uzrasta. No, oni će takođe dati svoje mišljenje vezano i za ostale tri hipoteze.

I test znanja i upitnici su posebno konstruisani za potrebe ovog istraživanja.

9. Populacija i uzorak istraživanja

Populacija istraživanja iz koje je uzet ovaj uzorak istraživanja čine učenici Osnovne škole „21. maj" iz Podgorice, na dan 1.05.2022. godine, kada je vršeno testiranje i anketiranje. To su učenici IVa, b, c, d, e odjeljenja.

Uzorkom je obuhvaćeno 102 (od ukupno 104) učenika koji pohađaju četvrti razred ove škole. Opredijelili smo se za namjeran uzorak jer nam ova vrsta uzorka omogućava da dođemo do potrebnih podataka na osnovu kojih ćemo ostvariti postavljeni cilj i zadatke. Struktura uzorka data je u tabeli 4.

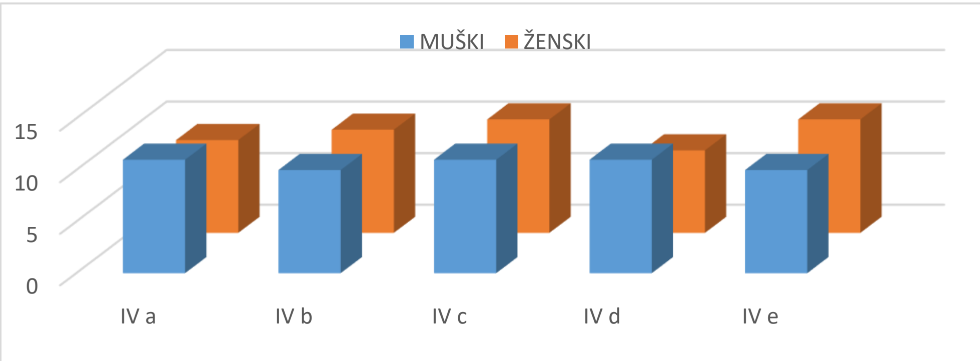
Kada je u pitanju broj učenika po odjeljenjima, vidimo da odjeljenje IVa broji 20 učenika (19,60%). Od toga 11 učenika su dječaci (10,78%), a 9 učenika djevojčice (8,82%).

Odjeljenje IVb čini takođe 20 učenika (19,60%) i broj dječaka i djevojčica je izjednačen u njemu, pa ima 11 dječaka i 11 djevojčica, što čini po 9,80% od ukupnog broja uzorka.

Odjeljenje IVc je najbrojnije i ima 22 učenika ili 21,56%, i u njemu pohađa isti broj dječaka i djevojčica, po 11, znači po 10, 78% od ukupnog broja uzorka.

Tabela 4: *Struktura uzorka istraživanja prema broju i polu učenika po odjeljenjima*

Osnovna škola „21. maj“						
	Pol					
	M		Ž			
	F	%	*f*	%	*f*	%
Iva	11	10,78	9	8,82	**20**	19,60
Ivb	10	9,80	10	9,80	**20**	19,60
Ivc	11	10,78	11	10,78	**22**	21,56
Ivd	11	10,78	8	7,86	**19**	18,64
Ive	10	9,80	11	10,78	**21**	20,58
Svega:	53	51.96	49	48,04	**102**	100



Grafikon 1: *Struktura uzorka istraživanja prema broju i polu učenika po odjeljenjima*

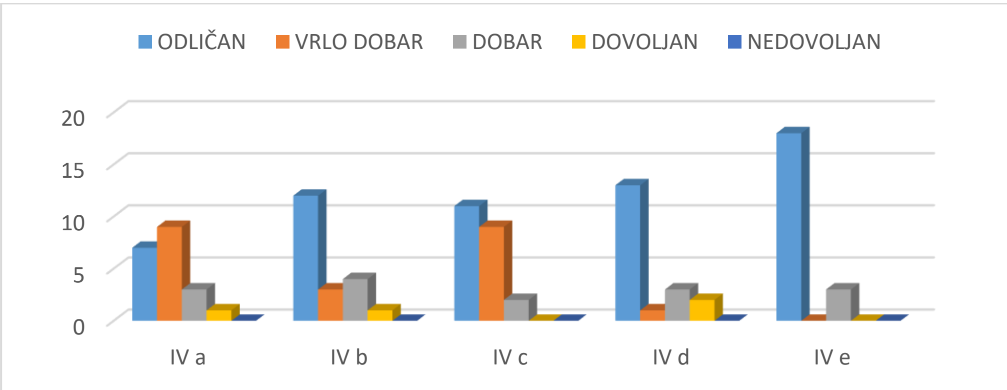
Nešto drugačije je u odjeljenju IVd koje broji 19 učenika (18,64%). U njemu uči 11 dječaka (10, 78%) i 8 djevočica (7,86%).

Odjeljenje IVe broji 21 učenika (20,58%). Od toga 10 učenika su dječaci (9,80%) i 11 učenika su djevojčice (10,78%).

I iz tabele 4 i grafikona 1 primjećujemo da su odjeljenja približno izjednačena i da je razlika svega u četiri učenika. Tako imamo 53 (51,96%) dječaka i 49 (48,04%) djevojčica.

Tabela 5: *Struktura uzorka istraživanja prema broju učenika po odjeljenjima i uspjehu na kraju III klasifikacionog perioda iz matematike*

Osnovna škola „21. maj“												
	Uspjeh na kraju III klasifikacionog perioda iz matematike											
	Odličan		Vrlo dobar		Dobar		Dovoljan		Nedovoljan			
	f	%	*f*	%	*f*	%	F	%	*f*	%	F	%
IVa	7	6,86	9	8,82	3	2,94	1	0,98	0	0,00	**20**	19,60
IVb	12	11,76	3	2,94	4	3,92	1	0,98	0	0,00	**20**	19,60
IVc	11	10,79	9	8,82	2	1,96	0	0,00	0	0,00	**22**	21,56
IVd	13	12,74	1	0,98	3	2,94	2	1,96	0	0,00	**19**	18,64
IVe	18	17,64	0	0,00	3	2,94	0	0,00	0	0,00	**21**	20,58
Svega:	**61**	59,81	**22**	21,56	**15**	14,70	**4**	3,92	**0**	0,00	**102**	100



Grafikon 2: *Struktura uzorka istraživanja prema broju učenika po odjeljenjima i uspjehu na kraju III klasifikacionog perioda iz matematike*

Iz tabele 5 i grafikona 2 vidimo frekvencije prema uspjehu učenika iz matematike na kraju III klasifikacionog perioda po odjeljenjima.

Kada je u pitanju uspjeh učenika IVa odjeljenja, vidimo da je sa odličnim uspjehom završilo 7 učenika (6,86%), sa vrlo dobrim 9 učenika (8,82%), sa dobrim 3 učenika (2,94%), sa dovoljnim 1 učenik (0,98%) , a sa nedovoljnim uspjehom nije bilo učenika.

Prema tabeli vidimo i uspjeh učenika IVb odjeljenja, gdje je sa odličnim uspjehom završilo 12 učenika (11,76%), sa vrlo dobrim 3 učenika (2,94%), sa dobrim 4 učenika (3,92%), sa dovoljnim 1 učenik (0,98%), dok sa nedovoljnim uspjehom nije bilo učenika.

Broj učenika u IVc odjeljenju koji su završili III klasifikacioni period sa odličnim uspjehom je 11 (10,79%), sa vrlo dobrim 9 učenika (8,82%), sa dobrim 2 učenika (1,96%), dok učenika sa dovoljnim i nedovoljnim uspjehom nije bilo.

Kada je u pitanju uspjeh učenika IVd odjeljenja, sa odličnim uspjehom završilo 13 učenika (12,74%), sa vrlo dobrim 1 učenik (0,98%), sa dobrim 3 učenika (2,94%), sa dovoljnim 2 učenika (1,96%) , a sa nedovoljnim uspjehom nije bilo učenika.

Uspjeh učenika iz matematike petog odjeljenja, tj. IVe odjeljenja na kraju III klasifikacionog perioda izgleda ovako: sa odličnim uspjehom završilo je 18 učenika ili 17,64%, a 3 učenika su završila sa dobrim uspjehom ili 2,94%, dok sa vrlo dobrim, dovoljnim i nedovoljnim uspjehom nije bilo učenika.

Na osnovu sumiranih rezultata, iz tabele 5, a i grafikona 2 možemo vidjeti da na nivou svih odjeljenja četvrtog razreda, ukupno 102 učenika, na kraju III klasifikacionog perioda iz matematike sa odličnim uspjehom završilo je 61 učenik ili 59,81%, sa vrlo dobrim uspjehom završila su 22 učenika ili 21,56%, sa dobrim 15 učenika ili 14,70%, a sa dovoljnim uspjehom 4 učenika ili 3,92%, dok sa nedovoljnim uspjehom nije bilo učenika.

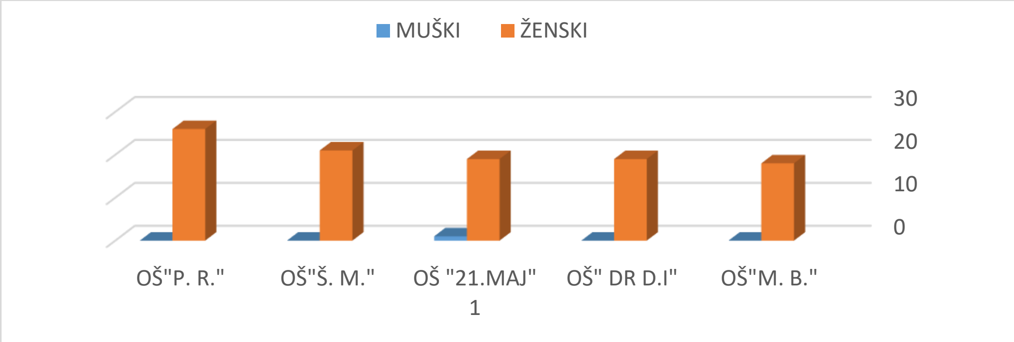
Takođe, populacija istraživanja iz koje je uzet uzorak istraživanja čine i učitelji pet osnovnih škola na teritoriji Opštine Podgorice za koje je konstruisan poseban upitnik. Ovim uzorkom obuhvaćena su 104 učitelja.

Struktura uzorka učitelja data je u tabeli 6 i grafikonu 3.

Tabela 6: *Struktura uzorka istraživanja* prema broju i polu učitelja po školama

Škola	Pol				Svega:	
	M		Ž			
	f	%	F	%	F	%
OŠ „Pavle Rovinski“	0	0,00	26	25,00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	0	0,00	21	20,20	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	1	0,96	19	18,27	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	0	0,00	19	18,27	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	0	0,00	18	17,30	**18**	17,30
Svega:	1	0,96	103	99,04	**104**	100

Iz tabele 6 vidimo frekvencije prema broju i polu učitelja po školama. Ono što odmah primjećujemo jeste činjenica da od 104 anketirana učitelja iz pet osnovnih škola sa teritorije Opštine Podgorice, samo jedan je muškog pola što predstavljeno u proncentima iznosi 0,96% te je u ovom slučaju zanemarujuća činjenica.



Grafikon 3: *Struktura uzorka istraživanja* prema broju i polu učitelja po školama

Na osnovu tabele 6 i grafikona 3 znači da 103 učitelja, tj. 99,04% pripada ženskom polu. Ovdje samo možemo konstatovati da na učiteljske studije se uglavnom prijavljuju osobe ženskog pola, te da se mora više pažnje posvetiti afirmisanju osoba muškog pola za ovo zanimanje.

Kada su u pitanju tabela 7 i grafikon 4, struktura uzorka istraživanja prema broju i godinama iskustva učitelja po školama, primjećujemo sličnost.

Naime, broj anketiranih učitelja u OŠ „Pavle Rovinski“ je 26 što čini 25% od ukupnog broja uzorka. Od toga 8 (7,70%) čine mlađi učitelji tj. sa manjim brojem godina iskustva što je ujedno i pokazatelj da se ova škola, za razliku od ostalih, najviše „podmlađuje“. Dalje, 10 učitelja (9,61%) čine učitelji sa godinama iskustva između 11 i 20 godina, a 8 (7,70%) sa radnim iskustvom preko 20 godina.

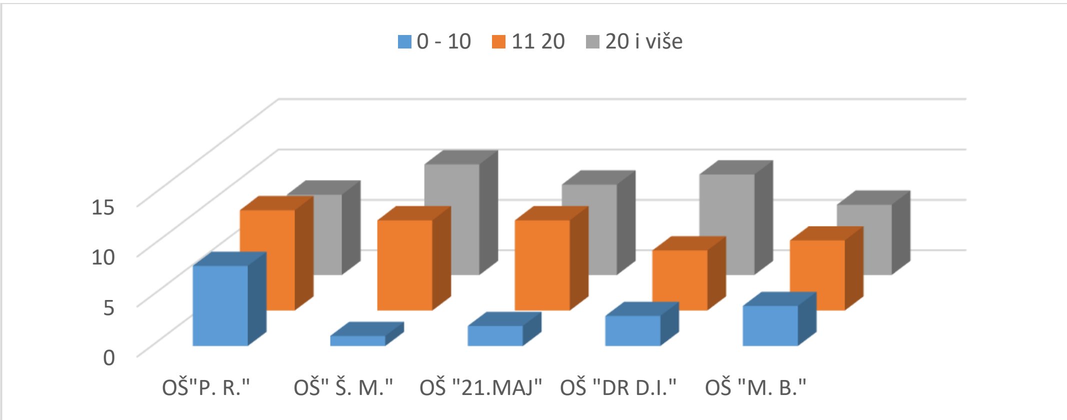
Druga škola koja je učestvovala u anketiranju je OŠ „Štampar Makarije“ sa 21 učiteljem, odnosno 20,20%. Ovdje vidimo da samo jedan (0,96%) učitelj je sa radnim iskustvom manjim od 10 godina, njih 9 (8,65%) je sa godinama iskustva između 11 i 20, a najviše ima onih sa radnim iskustvom preko 20 godina, 11 (10,57%).

Osnovna škola „21. maj“ učestvovala je u anketiranju sa 20 učitelja što čini 19,23% uzorka. Od toga, dva (1,92%) učitelja su sa radnim iskustvom manjim od 10 godina, njih 9 (8,65%) je sa godinama iskustva između 11 i 20 i 9 (8,65%) sa radnim iskustvom preko 20 godina.

Četvrta škola sa teritorije Podgorice koja je učestvovala u ovom istraživanju je OŠ „Dr Dragiša Ivanović“. Ona je učestvovala sa 19 učitelja što čini 18,27% uzorka. To znači da su tri (2,88%) učitelja koja su anketirana sa radnim iskustvom ispod 10 godina, 6 (5,77%) sa radnim iskustvom između 11 i 20 godina i 10 (9,61%) učitelja sa radnim iskustvom preko 20 godina.

Tabela 7: *Struktura uzorka istraživanja* prema broju i godinama iskustva učitelja po školama

Škola	Godine iskustva						Svega:	
	0 – 10		11 – 20		20 i više			
	f	%	F	%	F	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	8	7,70	10	9,61	8	7,70	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	1	0,96	9	8,65	11	10,57	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	2	1,92	9	8,65	9	8,65	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	3	2,88	6	5,77	10	9,61	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	4	3,85	7	6,73	7	6,73	**18**	17,30
Svega:	18	17,31	41	39,41	45	43,26	**104**	100



Grafikon 4: *Struktura uzorka istraživanja* prema broju i godinama iskustva učitelja po školama

OŠ „Musa Burzan“ u istraživanju je učestvovala sa 18 (17,30%) učitelja. Od toga četiri (3,85%) učitelja su sa radnim iskustvom ispod 10 godina, a po 7 (6,73%) sa radnim iskustvom između 11 i 20 godina i radnim iskustvom preko 20 godina.

S obzirom na to da se istraživanje bavi algebarskim sadržajima u IV razredu osnovne škole, na osnovu tabele 6 možemo pretpostaviti da najmanje 86 (82,67%) učitelja (41+45 ili 39,41%+43,26%) je izvelo više puta generacije učenika i bilo upoznato sa programskim sadržajima iz matematike za IV razred te na osnovu toga možemo pretpostaviti da imamo dovoljan broj relevantnih i iskustvenih ispitanika za potrebe ovog istraživanja. Ostalih 18 učitelja, takođe mogu biti oni ispitanici koji su najmanje dva puta predavali u četvrtom razredu. S druge strane, pošto se radi o iskustvu učitelja ispod 10 godina, te nije precizirano iskustvo izričito stečeno u četvrtom razredu, može se pretpostaviti i da nemaju radnog iskustva u ovom razredu, već samo studijsko.

10. Organizacija i tok istraživanja

Predviđeno istraživanje ima sljedeću dinamiku:

- određivanje predmeta istraživanja i konsultacije sa mentorom - početak marta 2022. godine;
- proučavanje literature i izrada teorijskog dijela projekta – mart 2022. godine;
- izrada instrumenta istraživanja - april;
- izbor učenika i učitelja za uzorak istraživanja i njihovo ispitivanje – maj 2022;
- statistička obrada podataka i pisanje izvještaja istraživanja – mjesec jul;

11. Statistička obrada podataka

Poslije sakupljenih podataka pristupa se njihovoj obradi. Analiza i interpretacija podataka se odnosi na rezultate dobijene deskriptivnom statistikom, tabelarno i grafički.

III REZULTATI ISTRAŽIVANJA

1. Zadatak: Ispitati u kojoj su mjeri zastupljeni algebarski sadržaji u Nastavnom programu za četvrti razred i u kojoj mjeri zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

Prvi zadatak ovog istraživanja zahtijevao je ispitivanje zastupljenosti algebarskih sadržaja u Nastavnom programu za četvrti razred i u kojoj mjeri ti sadržaji zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

Istraživanje o ovim sadržajima realizovali smo stavom/mišljenjem učitelja kroz jedno pitanje koje se odnosi na:

- zastupljenost algebarskih sadržaja u Nastavnom programu za četvrti razred.

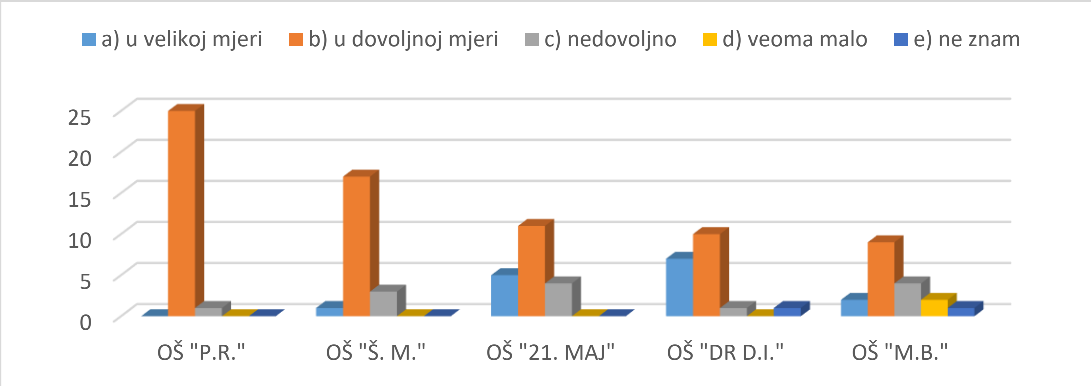
Rezultati do kojih smo došli prikazani su u tabeli broj 8 i grafikonu broj 5.

Tabela 8: *Zastupljenost algebarskih sadržaja u Nastavnom programu za četvrti razred*

Škola	**1. U kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u Nastavnom programu za IV razred?**										Σ	
	a) u velikoj mjeri		**b)** u dovoljnoj mjeri		**c)** nedovoljno		**d)** veoma malo		**e)** ne znam			
	F	%	f	%	f	%	f	%	F	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	0	0.00	25	24,04	1	0,96	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	1	0,96	17	16,35	3	2,88	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	5	4,80	11	10,58	4	3,84	0	0.00	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	7	6,73	10	9,61	1	0,96	0	0.00	1	0,96	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	2	1,92	9	8,65	4	3,84	2	1,92	1	0,96	**18**	17,30
Σ	**15**	14,42	**72**	69,23	**13**	12,50	**2**	1,92	**2**	1,92	**104**	100

Što se tiče prvog zadatka sprovedenog kroz pitanje broj jedan u kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred, u tabeli broj 8 i grafikonu broj 5, možemo vidjeti kroz frekvencije i procente da najviše ima odgovora pod b tj. u dovoljnoj mjeri.

Tako, ispitanici Osnovne škole „Pavle Rovinski“ smatraju da algebarski sadržaji nijesu zastupljeni u velikoj mjeri u Nastavnom programu za četvrti razred, već njih 25 (24,04%) mišljenja su da su dati u dovoljnoj mjeri. Samo 1 (0,96%) ispitanik smatra da su algebarski sadržaji nedovoljno zastupljeni u Nastavnom programu, dok odgovora pod *d* i *e* (veoma malo i ne znam) nije bilo.



Grafikon 5: *Zastupljenost algebarskih sadržaja u Nastavnom programu za četvrti razred*

Ispitanici Osnovne škole „Štampar Makarije" takođe smatraju da su algebarski sadržaji dati u dovoljnoj mjeri u Nastavnom programu za četvrti razred, čak njih 17 (16,35%) dok je 1 (0,96%) ispitanik mišljenja da su zastupljeni u velikoj mjeri. Tri (2,88%) ispitanika smatraju da algebarski sadržaji nijesu dovoljno zastupljeni, dok odgovora veoma malo i ne znam nije bilo.

Učitelji OŠ „21. maj", njih 11 (10,58%) takođe smatraju da su algebarski sadržaji dati u dovoljnoj mjeri u Nastavnom programu za četvrti razred. Njih 5 (4,80%) smatraju da su dati u velikoj mjeri, a 4 (3,84%) su mišljenja da nijesu dovoljno zastupljeni, dok odgovora veoma malo i ne znam nije bilo.

Ispitanici Osnovne škole OŠ „Dr Dragiša Ivanović" sličnog su mišljenja. Tako, njih 7 (6,73%) su mišljenja da su algebarski sadržaji u velikoj mjeri zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred, 10 (9,61%) da su u dovoljnoj mjeri, 1 (0,96%) je mišljenja da je nedovoljno, 1 (0,96%) ne zna, dok odgovora pod d (veoma malo) nije bilo.

Kada su u pitanju mišljenja ispitanika OŠ „Musa Burzan", ona su sljedeća: 2 (1,92%) ispitanika su mišljenja da su algebarski sadržaji u velikoj mjeri zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred, 9 (8,65%) da su u dovoljnoj mjeri, 4 (3,84%) su mišljenja da nijesu dovoljno zastupljeni, 2 (1,92%) da su veoma malo zastupljeni, dok 1 (0,96%) nije znao dati precizan odgovor.

Ako pogledamo sumirane rezultate, primjećujemo da je najveći broj ispitanika mišljenja da su algebarski sadržaji u dovoljnoj mjeri zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred, njih 72 ili 69,23%.

Ako uzmemo u obzir da njih 15 (14,42%) je mišljenja da su algebarski sadržaji zastupljeni više nego što je potrebno, da približno tom broju, njih 13 (12,50%) je mišljenja da je nedovoljno i da svega 2 (1,92%) mišljenja da je veoma malo i isto toliko da ne zna, uviđamo da njih 32 ili 30,76% ima različita mišljenja naspram njih skoro 70% (što je više nego duplo) koji smatraju da su algebarski sadržaji sasvim dovoljno zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred pa samim tim i zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

***

S obzirom na to da prva podhipoteza glasi: algebarski sadržaji nijesu u dovoljnoj mjeri zastupljeni u Nastavnom programu za četvrti razred i ne zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, možemo konstatovati da je hipoteza odbačena.

2. Zadatak: Ispitati u kojoj su mjeri zastupljeni algebarski sadržaji u udžbeniku matematike za četvrti razred i u kojoj mjeri zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

Drugi zadatak ovog istraživanja zahtijevao je ispitivanje zastupljenosti algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred, da li primjeri dati u udžbeniku zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta i ako ne, zašto.

Istraživanje o ovim sadržajima realizovali smo stavom/mišljenjem učitelja kroz tri pitanja koja se odnose na:

- zastupljenost algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred (2),
- adekvatnosti zadataka u udžbeniku (3) i
- ličnog stava učitelja o primjerima u udžbeniku (4).

Rezultati do kojih smo došli prikazani su u tabelama broj 9, 10 i 11 i grafikonima broj 6, 7 i 8.

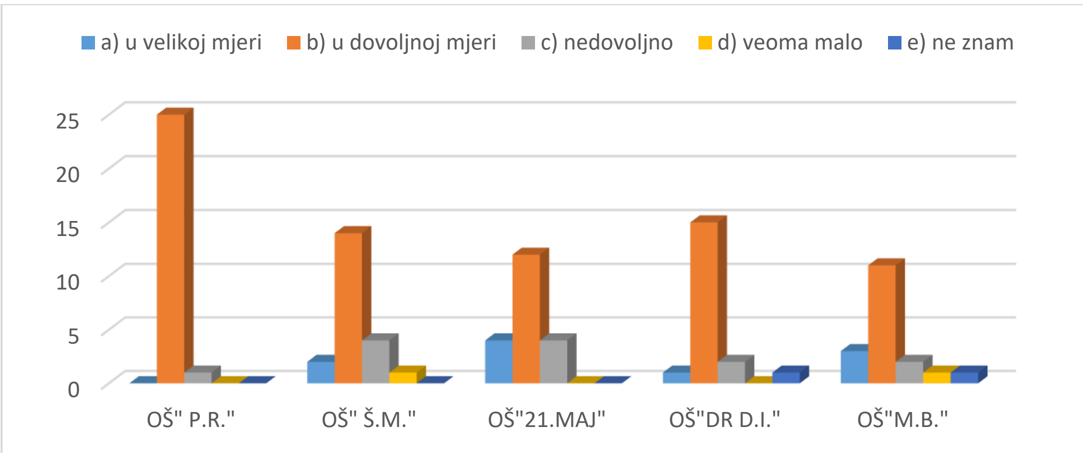
Što se tiče drugog zadatka sprovedenog kroz *pitanje broj dva* u kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u udžbeniku matematike za četvrti razred već na prvi pogled na tabelu broj 9 i grafikon broj 6, možemo uočiti znatnu razliku gdje dominira odgovor pod *b*, što znači da su algebarski sadrzaji u dovoljnoj mjeri zastupljeni u udžbeniku matematike.

Detaljnijom analizom, uviđamo da ispitanici Osnovne škole „Pavle Rovinski“ smatraju da algebarski sadržaji u udžbeniku matematike su zastupljeni u dovoljnoj mjeri, njih 25 (24,04%). Samo 1 (0,96%) ispitanik smatra da su algebarski sadržaji nedovoljno zastupljeni u udžbeniku matematike, dok odgovora u velikoj mjeri, veoma malo i ne znam nije bilo.

Tabela 9: *Zastupljenost algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred*

Škola	**2. U kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u udžbeniku matematike za IV razred?**										Σ	
	a) u velikoj mjeri		**b)** u dovoljnoj mjeri		**c)** nedovoljno		**d)** veoma malo		**e)** ne znam			
	F	%	F	%	f	%	f	%	f	%	F	%
OŠ „Pavle Rovinski“	0	0.00	25	24,04	1	0,96	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	2	1,92	14	13,46	4	3,84	1	0,96	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	4	3,84	12	11,53	4	3,84	0	0.00	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	1	0,96	15	14,42	2	1,92	0	0.00	1	0,96	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	3	2,88	11	10,58	2	1,92	1	0,96	1	0,96	**18**	17,30
Σ	**10**	9,61	**77**	74,04	**13**	12,50	**2**	1,92	**2**	1,92	**104**	100

.



Grafikon 6: *Zastupljenost algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred*

Ispitanici Osnovne škole „Štampar Makarije“, njih 14 (13,46%) takođe smatra da su algebarski sadržaji dati u dovoljnoj mjeri u udžbeniku matematike za četvrti razred, dok 2 (1,92%) ispitanika su mišljenja da su zastupljeni u velikoj mjeri, 4 (3,84%) da nijesu dovoljno, a 1 (0,96%) da su veoma malo zastupljeni.

Anketirani učitelji OŠ „21. maj“ takođe daju prednost mišljenju da su algebarski sadržaji zastupljeni u dovoljnoj mjeri u udžbeniku matematike za četvrti razred, njih 12 (11,53%), dok po 4 (3,84%) ispitanika smatraju da su sadržaji zastupljeni u velikoj mjeri i nedovoljno. Odgovora sa veoma malo i ne znam nije bilo.

I ispitanici OŠ „Dr Dragiša Ivanović“ prednost daju odgovoru pod b pa njih 15 (14,42%) smatra da su algebarski sadržaji zastupljeni u dovoljnoj mjeri u udžbeniku matematike za četvrti razred, 1 (0,96%) učitelj smatra da su zastupljeni u velikoj mjeri, dok 2 (1,92%) da su nedovoljno. Odgovora pod d i e nije bilo.

Učitelji OŠ „Musa Burzan“ su takođe mišljenja da su algebarski sadržaji zastupljeni u dovoljnoj mjeri u udžbeniku, njih 11 (10,58%). Tri (2,88%) učitelja smatraju da su u velikoj mjeri, 2 (1,92%) da su nedovoljno, jedan (0,96%) da je veoma malo, a jedan (0,96%) nije imao mišljenje po tom pitanju.

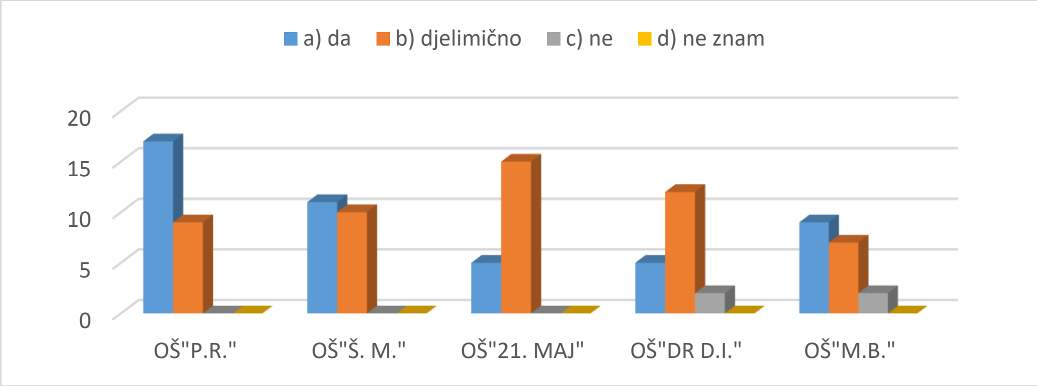
Na osnovu sumiranih rezultata iz tabele, a i prema grafikonu, uočavamo da su učitelji svih pet škola koji su učestvovali u anketiranju u najvećem broju, njih 77 (74,04%) saglasni da su algebarski sadržaji u udžbeniku matematike zastupljeni u dovoljnoj mjeri, što se skoro poklapa sa prethodnim odgovorom pa možemo zaključiti da udžbenik iz matematike prati Nastavni program za četvrti razred.

Ostali ispitanici, 10 (9,61%) koji smatraju da su zastupljeni u velikoj mjeri, 13 (12,50%) koji smatraju da su nedovoljno zastupljeni, dva (1,92%) koja smatraju da su zastupljeni veoma malo i dva (1,92%) koja nijesu znala odgovor, ukupno 27 ili 25,96% čini statistički skoro tri puta manje značajan odgovor.

Tabela 10: *Zastupljenost primjera algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred*

Škola	**3. Da li primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta?**								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	17	16.34	9	8,65	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	11	10,58	10	9,61	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	5	4,80	15	14,42	0	0.00	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	5	4,80	12	11,53	2	1,92	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	9	8,65	7	6,73	2	1,92	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**47**	45,19	**53**	50,96	**4**	3,84	0	0,00	**104**	100

Što se tiče drugog zadatka sprovedenog kroz *pitanje broj tri* da li primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, a na osnovu sumiranih rezultata iz tabele broj 10, primjećujemo da je broj odgovora pod *a* (da) i *b* (djelimično) približno izjednačen. Međutim, prednost jednog u odnosu na drugi se razlikuje od škole do škole, dok je broj odgovora pod c i d zanemarljiv.



Grafikon 7: *Zastupljenost primjera algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti razred*

Tako, 17 ispitanika ili njih 16.34% Osnovne škole „Pavle Rovinski“ smatra da primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, da djelimično zadovoljavaju misle njih 9 ili 8,65%.

Malu prednost prvom odgovoru daju i ispitanici OŠ „Štampar Makarije“. Njih 11 (10,58%) mišljenja su da primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, ali i njih 10 (9,61%) je mišljenja da djelimično zadovoljavaju.

Malu prednost prvom odgovoru daju i ispitanici OŠ „Musa Burzan“ pa 9 (8,65%) učitelja smatra da primjeri dati u udžbeniku zadovoljavaju, dok 7 (6,73%) smatra da djelimično zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

Ipak, znatnu prednost drugom odgovoru daju ispitanici dvije škole, OŠ „21. maj“ i OŠ „Dr Dragiša Ivanović“. Po 5 (4,80%) ispitanika obje škole smatraju da primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, dok čak 15 (14,42%) ispitanika OŠ „21. maj“ i 12 (11,53%) ispitanika OŠ „Dr Dragiša Ivanović“ mišljenja su da primjeri djelimično zadovoljavaju potrebe učenika.

Interesantno je da ukupan skor rezultata (53 naspram 47) ipak malu prednost daje drugom odgovoru i mišljenju da primjeri dati u udžbeniku matematike djelimično zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta.

S obzirom na to da je pozitivnih odgovora sa da i djelimično znatno veći od *ne* i *ne znam*, možemo zaključiti da dati primjeri u udžbeniku ipak zadovoljavaju potrebe učenika, ali i da se mogu još poboljšati. Takođe, to je pokazatelj da algebarski sadržaji su usko povezani od programa, preko udžbenika i primjera u njima.

Što se tiče drugog zadatka sprovedenog kroz *pitanje broj 4* da li primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta i ako ne zašto, rezultati istraživanja dali su nam četiri grupisana mišljenja koja smo iznijeli u tabeli 11.

Tabela 11: *Stav učitelja o zastupljenim primjerima algebarskih sadržaja u udžbeniku matematike za četvrti r.*

4. Ako ne zadovoljavaju, zašto?
- Previše je tipskih zadataka zbog čega učenici stiču naviku da uče po šablonu.
- Ne podstiču u dovoljnoj mjeri na razmišljanje jer su primjeri jednostavni.
- Ima konfuznih primjera.
- Potrebno je više raznovrsnih zadataka, a množenje i dijeljenje su zastupljeni tek u drugom polugodištu iako se uče u drugom razredu.

Iako je broj odgovora pod c i d zanemarljiv (tabela 10 i grafikon 7) jer su samo 4 (3,96%) ispitanika, po 2 (1,92%) iz OŠ „Dr Dragiša Ivanović“ i OŠ „Musa Burzan“ mišljenja da primjeri dati u udžbeniku matematike ne zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta te na pitanje zašto, ipak smo iznijeli njihova obrazloženja (tabela 11) koja idu u prilog prethodnoj konstataciji da je potrebno primjere date u udžbeniku s vremena na vrijeme promijeniti, unaprijediti, podići na viši nivo i slično.

***

S obzirom na to da druga podhipoteza glasi da algebarski sadržaji nijesu u dovoljnoj mjeri zastupljeni u udžbeniku matematike za četvrti razred i ne zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, a na osnovu rezultata tri anketna pitanja gdje smo zaključili da algebarski sadržaji zastupljeni u udžbeniku matematike za četvrti razred i primjeri u njima, uz malu nadogradnju zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta, možemo konstatovati da je hipoteza odbačena.

3. Zadatak: Ispitati u kojoj su mjeri učenici savladali sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima.

Treći zadatak ovog istraživanja zahtijevao je ispitivanje u kojoj su mjeri učenici savladali sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima.

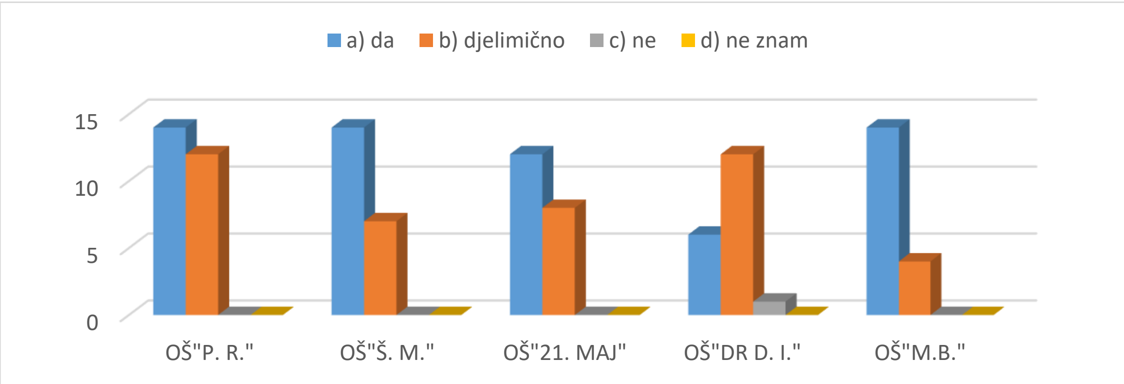
Istraživanje o ovom zadatku realizovali smo stavom/mišljenjem učitelja kroz jedno **pitanje u upitniku za nastavnike** i jednog zadatka u nizu sa **testa učenika** koji se odnose na:

- mišljenje učitelja o učenikovoj savladanosti sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima (5) i
- učeničku savladanost sve četiri računske operacije kroz zadatak u nizu (1).

Rezultati do kojih smo došli prikazani su u tabelama broj 12, 13, 14 i 15 i grafikonima broj 8, 9 i 10.

Tabela 12: *Mišljenje učitelja o učenikovoj savladanosti sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima*

Škola	5. Da li su učenici četvrtog razreda uspješno ovladali rješavanje zadataka sa sve četiri računske operacije?								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	14	13.46	12	11,53	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	14	13.46	7	6,73	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	12	11,53	8	7,70	0	0.00	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	6	5,78	12	11,53	1	0,96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	14	13.46	4	3,85	0	0,00	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**60**	57,69	**43**	41,34	**1**	0,96	0	0,00	**104**	100



Grafikon 8: *Mišljenje učitelja o učenikovoj savladanosti sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima*

Mišljenja učitelja o učenikovoj savladanosti sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima se statistički vrlo malo razlikuju u odgovorima, osim kod jedne škole (tabela 12 i grafikon 8).

Tako imamo da su ispitanici, tj. učitelji OŠ „Pavle Rovinski“, njih 14 ili 13.46% mišljenja da su njihovi učenici u potpunosti ovladali svim računskim operacijama, njih 12 ili 11,53% da su djelimično savladali sve četiri operacije, dok da nijesu i da ne znaju nije bilo odgovora. Primjećujemo da je ovdje broj odgovora skoro izjednačen.

Ispitanici OŠ „Štampar Makarije“ imaju isto mišljenje kada je pozitivan odgovor u pitanju kao iz prethodne škole. Njih 14 ili 13.46% su saglasni da su učenici uspješno ovladali operacijama, dok njih 7 ili 6,73% smatraju da su djelimično. Ni ovdje nije bilo negativnih odgovora.

Slično stanje je i kod ispitanika OŠ „21. maj“ gdje je 12 (11,53%) učitelja pozitivno odgovorilo na pitanje, a sa djelimično njih 8 (7,70%), dok negativnih odgovora nije bilo.

Pozitivnim odgovorom odgovorio je isti broj ispitanika OŠ „Musa Burzan“ njih 14 ili 13.46%. Četiri ispitanika smatraju da su djelimično učenici njihove škole savladali sve četiri računske operacije, a negativnih odgovora nije bilo.

Od svih škola koje su ušle u istraživački projekat, jedino se mišljenja učitelja OŠ „Dr Dragiša Ivanović“ razlikuju i u suprotnosti su sa prethodnim. Oni prednost daju drugom odgovoru i smatraju da je više onih učenika koji su djelimično, njih 12 (11,53%) savladali sve četiri računske operacije za razliku od pozitivnog mišljenja, 6 (5,78%). Negativnih odgovora pod c i d nije bilo.

Ako pogledamo sumirane statističke podatke, primjećujemo da 60 ispitanika ili 57,69% smatra da su učenici četvrtog razreda na kraju trećeg klasifikacionog perioda uspješno savladali sve četiri računske operacije i da su spremni za usvajanje algebarskih sadržaja. Dalje, 43 ili 41,34% ispitanika smatra da su djelimično spremni, a samo jedan da nije, što je u ovom slučaju statistički zanemarljiv podatak.

Da li je ovo mišljenje učitelja potkrijepljeno činjenicama, provjerili smo testirajući 102 učenika naše škole, pa ćemo analizirati tabelu 13.

Tabela 13: *Učenička savladanost sve četiri računske operacije kroz zadatak u nizu*

Osnovna škola „21. maj“		**1. Pronađi vrijednost izraza u „lancu“.**						Σ	
		a) upotpunosti (2 zad.)		**b)** djelimično (1 zad.)		**c)** nije savladao (0 zad.)			
Rač. operacija	Raz. i odjeljenje	f	%	F	%	F	%	f	%
	IVa	7	6,86	9	8,82	4	3,92	**20**	19,60
	IVb	11	10,79	4	3,92	5	4,90	**20**	19,60
	IVc	11	10,79	6	5,89	5	4,90	**22**	21,56
	IVd	9	8,82	7	6,86	3	2,94	**19**	18,62
	IVe	15	14,70	5	4,90	1	0,98	**21**	20,58
	Σ	**53**	51,96	**31**	30,40	**18**	17,64	**102**	100

Oduzimanje	IVa	6	5,89	10	9,80	4	3,92	**20**	19,60
	IVb	11	10,79	4	3,92	5	4,90	**20**	19,60
	IVc	12	11,76	6	5,89	4	3,92	**22**	21,56
	IVd	8	7,84	6	5,89	5	4,90	**19**	18,62
	IVe	14	13,72	6	5,89	1	0,98	**21**	20,58
	Σ	**51**	50,00	**32**	31,38	**19**	18,62	**102**	100

Množenje	IVa	6	5,89	9	8,82	5	4,90	**20**	19,60
	IVb	12	11,76	6	5,89	2	1,96	**20**	19,60
	IVc	11	10,79	7	6,86	4	3,92	**22**	21,56
	IVd	9	8,82	7	6,86	3	2,94	**19**	18,62
	IVe	13	12,74	7	6,86	1	0,98	**21**	20,58
	Σ	**51**	50,00	**36**	35,30	**15**	14,70	**102**	100

Dijeljenje	IVa	6	5,89	8	7,84	6	5,89	**20**	19,60
	IVb	13	12,74	4	3,92	3	2,94	**20**	19,60
	IVc	11	10,79	6	5,89	5	4,90	**22**	21,56
	IVd	9	8,82	5	4,90	5	4,90	**19**	18,62
	IVe	13	12,74	5	4,90	3	2,94	**21**	20,58
	Σ	**52**	50,98	**28**	27,45	**22**	21,57	**102**	100

Na osnovu tabele 13, možemo vidjeti da smo testirali nivo ovladanosti učenika računskim operacijama. Za svaku računsku operaciju data su po dva zadatka kako bi se donekle izbjegle slučajne greške. Tako smo odredili da potpuno urađena dva zadatka su pokazatelji da je učenik u potpunosti ovladao datom računskom operacijom. Jedan urađeni zadatak predstavlja polovičnu savladanost, dok učenik koji nije uradio ni jedan zadatak smatra se da nije savladao računske operacije.

Kada je u pitanju sabiranje, kod učenika IVa odjeljenja primjećujemo da 7 (6,86%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 9 (8,82%) je djelimično, a 4 (3,92%) nije.

Kod učenika IVb odjeljenja vidimo da je 11 (10,79%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 4 (3,92%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kod učenika IVc odjeljenja vidimo isto da je 11 (10,79%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 6 (35,89%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kod učenika IVd odjeljenja vidimo da je 9 (8,82%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 7 (6,86%) je djelimično, a 3 (2,94%) nije.

Kod učenika IVe odjeljenja vidimo da je čak 15 (14,70%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 5 (4,90%) je djelimično, a samo 1 (0,98%) nije.

Kada je u pitanju oduzimanje, kod učenika IVa odjeljenja primjećujemo da 6 (5,89%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 10 (9,80%) je djelimično, a 4 (3,92%) nije.

Kod učenika IVb odjeljenja vidimo da je 11 (10,79%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 4 (3,92%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije, pa zaključujemo da podjednako isti učenici znaju kako operaciju sabiranja, tako i operaciju oduzimanja.

Kod učenika IVc odjeljenja 12 (11,76%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 6 (5,89%) je djelimično, a 4 (3,92%) nije.

Kod učenika IVd odjeljenja vidimo da je 8 (7,84%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 6 (5,89%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kod učenika IVe odjeljenja vidimo da je 14 (13,72%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 6 (5,89%) je djelimično, a nije1 (0,98%) učenik.

Što se tiče množenja, kod učenika IVa odjeljenja primjećujemo da 6 (5,89%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 9 (8,82%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kod učenika IVb odjeljenja 12 (11,76%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 6 (5,89%) je djelimično, a 2 (1,96%) nije.

Kod učenika IVc odjeljenja 11 (10,79%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 7 (6,86%) je djelimično, a 4 (3,92%) nije.

Kod učenika IVd odjeljenja vidimo da je 9 (8,82%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 7 (6,86%) je djelimično, a 3 (2,94%) nije.

Kod učenika IVe odjeljenja 13 (12,74%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 7 (6,86%) je djelimično, a nije1 (0,98%) učenik.

Kada je u pitanju četvrta računska operacija, dijeljenje, iz tabele vidimo da je u odjeljenju IVa 6 (5,89%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 8 (7,84%) djelimično, a 6 (5,89%) nije.

Kod učenika IVb odjeljenja 13 (12,74%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 4 (3,92%) je djelimično, a 3 (1,96%) nije.

Kod učenika IVc odjeljenja 11 (10,79%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 6 (5,89%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kod učenika IVd odjeljenja vidimo da je 9 (8,82%) učenika u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 5 (4,90%) je djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kod učenika IVe odjeljenja 13 (12,74%) učenika je u potpunosti ovladalo računskom operacijom, 5 (4,90%) je djelimično, a nije 3 (1,96%) učenik.

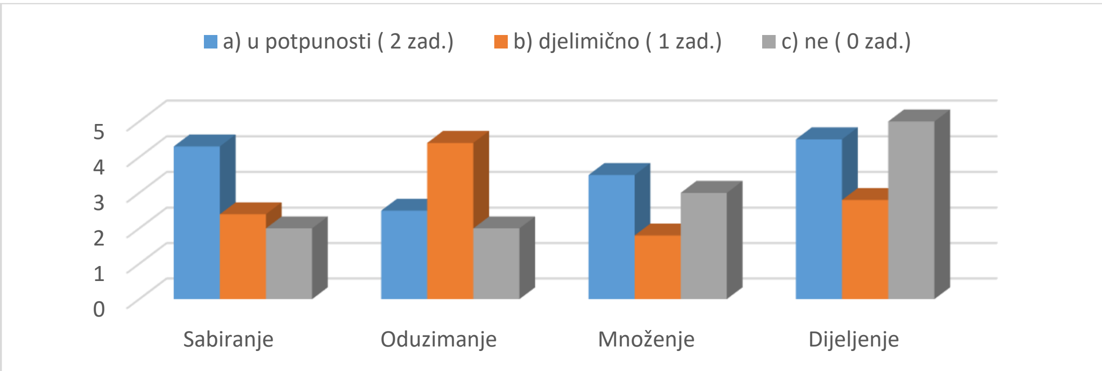
Analizom sumiranih rezultata možemo zaključiti da su računsku operaciju **sabiranje** savladala u potpunosti 53 (51,96%) učenika, djelimično 31 (30,40%), a nije 18 (17,64%) učenika, operaciju **oduzimanje** savladao je u potpunosti 51 (50,00%) učenik, djelimično 32 (31,38%), a nije 19 (18,62%) učenika, operaciju **množenje** savladao je u potpunosti 51

(50,00%) učenik, djelimično 36 (35,30%), a nije 15 (14,70%) učenika, a operaciju **dijeljenje** savladala su u potpunosti 52 (50, 98%) učenika, djelimično 28 (27,45%), a nije 22 (21,57%) učenika.

Pogledajmo sada tabelu 14 i srednju vrijednost dobijenih rezultata.

Tabela 14: *Srednja vrijednost sumiranih podataka*

Računske operacije	**Aritmetička sredina sumiranih podataka prvog zadatka sa testa znanja**						Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne			
	f	%	*f*	%	F	%	F	%
X_1 Sabiranje	**53**	51,96	**31**	30,40	**18**	17,64	**102**	100
X_2 Oduzimanje	**51**	50,00	**32**	31,38	**19**	18,62	**102**	100
X_3 Množenje	**51**	50,00	**36**	35,30	**15**	14,70	**102**	100
X_4 Dijeljenje	**52**	50,98	**28**	27,45	**22**	21,57	**102**	100
Σ $\frac{X_{1+2+3+4}}{4}$	51,75	**50,73**	31,75	**31,13**	18,50	**18,13**	102	100



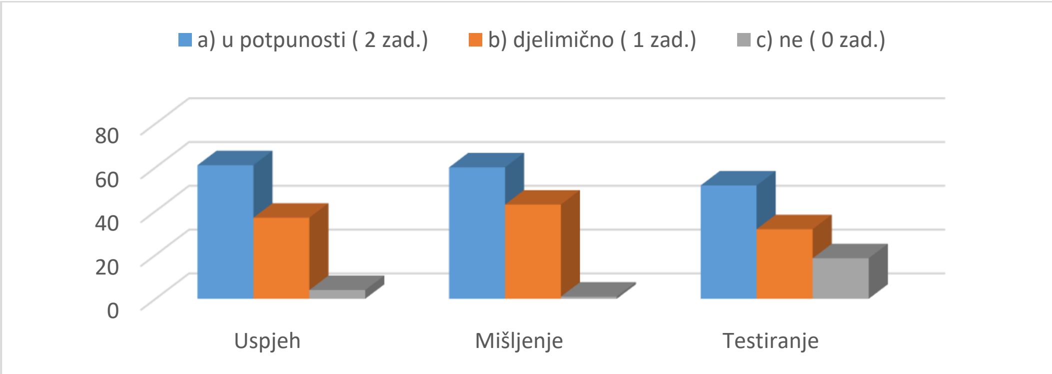
Grafikon 9: *Srednja vrijednost sumiranih podataka*

Ako pogledamo srednje vrijednosti ovih rezultata, uočićemo da pola testiranih učenika ili 50,73% je u potpunosti savladalo sve četiri računske operacije, 31,13% djelimično, a 18,13% učenika nije.

Ako ove dobijene podatke uporedimo sa ocjenama učenika sa trećeg klasifikacionog perioda i mišljenjem učitelja o učeničkim postignućima vezanim za ovladanost računskim operacijama, dobićemo sljedeće podatke:

Tabela 15: *Uspjeh na kraju III kl. perioda u odnosu na mišljenje učitelja i testa znanja učenika*

	a) da (odličan)		**b)** djelimično (vr.dobar i dobar)		**c)** ne i **d)** ne znam (dovoljan i nedovoljan)			
	F	%	f	%	f	%	f	%
Uspjeh na kraju III kl. perioda.	61	**59,81**	37	**36,26**	4	**3,92**	102	100
Mišljenje učitelja o postignuću	60	**57,69**	43	**41,34**	1	**0,96**	104	100
Aritmetička sredina sa testa	51,75	**50,73**	31,75	**31,13**	18,50	**18,13**	102	100



Grafikon 10: *Uspjeh na kraju III kl. perioda u odnosu na mišljenje učitelja i testa znanja učenika*

Uspjeh učenika sa III klasifikacionog perida pokazuje da je 59,81 % učenika imalo peticu te da je to za 2,12% više nego što učitelji smatraju da treba. Međutim, testiranje učenika pokazuje da je taj procenat znatno manji i da je 50,73% učenika svega spremno da usvoji nove sadržaje iz algebre koji se zasnivaju na podlozi ove četiri računske operacije.

Dalje, 36,26% učenika je završilo III kl. period sa vrlo dobrim i dobrim uspjehom, što je manje od procjene učitelja koji su mišljenja da 41,34% učenika djelimično poznaje sve četiri računske operacije, što je opet znatno više od činjenice i rezultata sa testa da je 31,13% učenika polovično savladalo sve četiri računske operacije.

Kada pogledamo i uspjeh učenika sa dovoljnim i nedovoljnim uspjehom, svega 3,92%, i mišljenje učitelja 0,96%, primjećujemo znatnu razliku koja se kosi sa zatečenim stanjem jer 18,13% učenika ne poznaje računske operacije dovoljno da bi mogli da nastave učenje novih sadržaja.

***

S obzirom na to da treća podhipoteza glasi da su učenici u dovoljnoj mjeri savladali sve četiri računske operacije koje prethode algebarskim sadržajima, možemo konstatovati da je hipoteza odbačena jer je oko pola učenika savladalo, a druga polovina je djelimično ili nije uopšte.

4. Zadatak: Ispitati u kojoj mjeri učenici razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.

Četvrti zadatak ovog istraživanja zahtijevao je ispitivanje u kojoj mjeri učenici razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost.

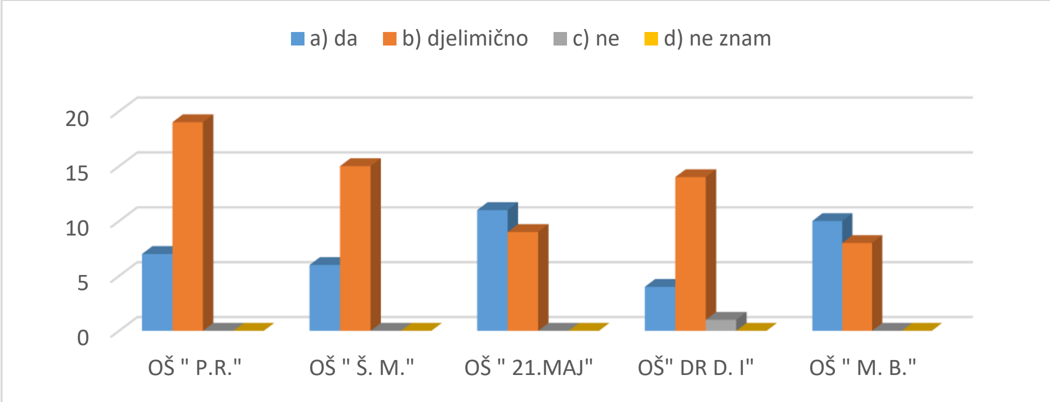
Istraživanje o ovim zadatku realizovali smo stavom/mišljenjem učitelja kroz jedno pitanje u upitniku za nastavnike i jednog zadatka sa testa učenika koji se odnose na:

- mišljenje učitelja o učenikovom razlikovanju pojmova: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost (6).
- učenikovo razlikovanje pojmova: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost (2).

Rezultati do kojih smo došli prikazani su u tabelama broj 16 i 17 i grafikonima broj 11 i 12.

Tabela 16: *Mišljenje učitelja o učenikovoj savladanosti da razlikuje date pojmove*

Škola	**6. Da li učenici četvrtog razreda razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost?**								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	F	%	f	%	f	%	F	%
OŠ „Pavle Rovinski“	7	6,73	19	18,27	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	6	5,78	15	14,42	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	11	10,57	9	8,65	0	0.00	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	4	3,85	14	13.46	1	0,96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	10	9,61	8	7,70	0	0,00	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**38**	36,54	**65**	62,50	**1**	0,96	0	0,00	**104**	100



Grafikon 11: *Mišljenje učitelja o učenikovoj savladanosti da razlikuje date pojmove*

Na osnovu tabele broj 16 i grafikona broj 11 uočavamo mišljenja učitelja u vezi učeničkog poznavanja pojedinih matematičkih pojmova kao što su: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost. Analizirajući dobijene podatke uočavamo da svi ispitanici dijele pozitivna mišljenja, dok samo jedan učitelj smatra da učenici te pojmove ne razlikuju.

Tako imamo, da se ispitanici OŠ „Pavle Rovinski" opredjeljuju najvećim brojem, 19 ili 18,27% za odgovor da učenici djelimično razlikuju te pojmove, dok je njih 7 ili 6,73% mišljenja da ih razlikuju u potpunosti.

Ispitanici OŠ „Štampar Makarije" takođe u većem broju, njih 15 (14,42%) su mišljenja da učenici djelimično razlikuju i poznaju te pojmove, dok njih 6 je mišljenja da ih u potpunosti prepoznaju.

Istog mišljenja su i ispitanici OŠ „Dr Dragiša Ivanović" gdje 14 (13.46%) učitelja ima isti stav kao prethodnici, dok njih 4 (3,85%) je mišljenja da učenici ove pojmove poznaju u potpunosti. Ovdje imamo i jednog učitelja s mišljenjem da ih učenici uopšte ne razlikuju.

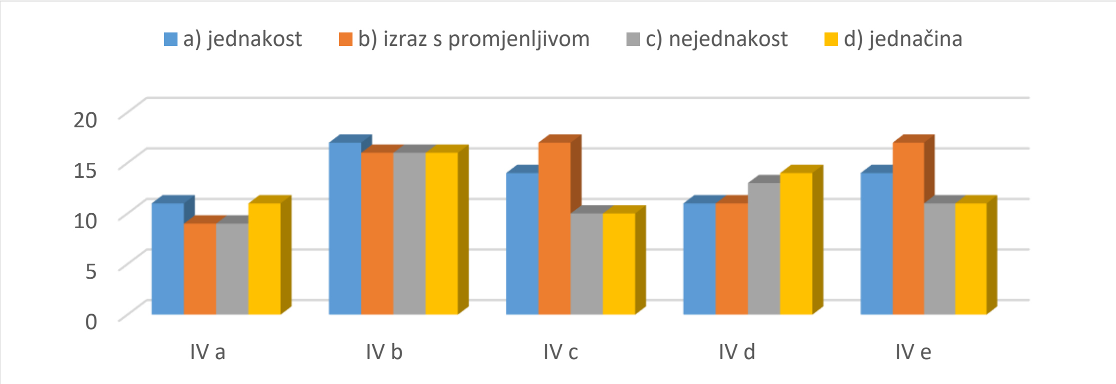
Ispitanici OŠ „Musa Burzan" blagu prednost daju mišljenju da učenici date pojmove u potpunosti razlikuju, njih 10 (9,61%), dok za djelimično se opredijelilo njih 8 (7,70%) .

Slično stanje je i kod ispitanika OŠ „21. maj" gdje 11 (10,57%) učitelja smatra da učenici u potpunosti razlikuju ove pojmove, a njih 10 (8,65%) djelimično.

Analizom sumiranih rezultata uočavamo da 38 (36,54%) ispitanika je mišljenja da učenici u potpunosti razlikuju sve navedene pojmove što je više od trećine ukupnog broja ispitanika, a da njih 65 (62,50%) je mišljenja da ih razlikuje djelimično, dok je jedno mišljenje u ovom slučaju statistički zanemarljivo. Ove konstatacije pokušaćemo potkrijepiti i učeničkim znanjem i radom drugog zadatka sa testa.

Tabela 17: *Razlikovanje datih pojmova od strane učenika*

Raz. i odjeljenje	2. Poveži pravilno zapise.										Σ od 102	
	IVa		Ivb		IVc		IVd		IVe			
	F	%	f	%	F	%	f	%	f	%	f	%
a) jednakost	11	55,00	17	85,00	14	63,63	11	57,89	14	66,66	67	65,68
b) izraz s promjenljivom	9	45,00	16	80,00	17	77,27	11	57,89	17	80,95	70	68,62
c)nejednakost	9	45,00	16	80,00	10	45,45	13	68,42	11	52,38	59	57,84
d) jednačina	11	50,00	16	80,00	10	45,45	14	73,68	11	52,38	62	60,78
	10	50,00	**16,25**	81,25	**12,75**	57,95	12,25	64,47	**13,25**	63,09	64,5	63,23
	Za svako odjeljenje posebno										Svih 5 odj.	



Grafikon 12: *Razlikovanje datih pojmova od strane učenika*

Iz tabele broj 17 i grafikona broj 12, prvo ćemo analizirati podatke dobijene ponaosob za svako odjeljenje koje je testirano, a zatim pronalaženjem aritmetičke sredine kako za odjeljenje, tako i za ukupan broj testiranih učenika uporediti dobijene rezultate sa mišljenjima učitelja.

Ako pogledamo dobijene rezultate odjeljenja IVa, primjećujemo da 11 (55,00%) učenika prepoznaje jednakost, 9 (45,00%) izraz sa promjenljivom, 9 (45,00%) nejednakost, a 11 (50,00%) jednačinu. Ako pretpostavimo da su to isti učenici, a s obzirom na to da odjeljenje broji 20 učenika, uočavamo da 10 učenika ovog odjeljenja razlikuje ove pojmove što čini tačno 50% učenika u odjeljenju.

Rezultati odjeljenja IVb su sljedeći: 17 (85,00%) učenika prepoznaje jednakost, 16 (80,00%) izraz sa promjenljivom, 16 (80,00%) nejednakost, a 16 (80,00%) jednačinu. Kako odjeljenje broji 20 učenika, uočavamo da 16,25 učenika ovog odjeljenja razlikuje ove pojmove što čini 81,25% učenika u odjeljenju.

U odjeljenju IVc uočavamo da 14 (63,63%) učenika prepoznaje jednakost, 17 (77,66%) izraz sa promjenljivom, 10 (45,45%) nejednakost, a 10 (45,45%) jednačinu. To znači da od 20 učenika u odjeljenju njih 12,75 u potpunosti razlikuje ove pojmove, a to čini 57,95% ukupnog broja učenika ovog odjeljenja.

U odjeljenju IVd uočavamo da 11 (57,89%) učenika prepoznaje jednakost, 11 (57,89%) izraz sa promjenljivom, 13 (68,42%) nejednakost, a 14 (73,68%) jednačinu. Od 19 učenika u odjeljenju, njih 12,25 razlikuje u potpunosti pomenute pojmove, što čini 64,47% učenika ovog odjeljenja.

U odjeljenju IVe uočavamo da 14 (66,66%) učenika prepoznaje jednakost, 17 (80,95%) izraz sa promjenljivom, 11 (52,38%) nejednakost, a 11 (52,38%) jednačinu. Ovo odjeljenje broji 21 učenika, što znači da njih 13,25 razlikuje pojmove što čini 63,09% učenika ovog odjeljenja.

Posmatrajući ukupan broj testirane djece i koliko je koji učenik razlikovao pojedini pojam, uočavamo da je 67 (65,68%) učenika od 102 učenika prepoznalo jednakost, njih 70 (68,62%) je prepoznalo izraz sa promjenljivom, zatim 59 (57,84%) učenika je uočilo nejednakost što je nešto malo više od polovine testiranih učenika i u ovoj analizi najniži procenat. Ovo može biti i pokazatelj da učenici nijesu spremni u ovom razredu učiti o nejednačinama. Zatim, 62 učenika ili 60, 78% je prepoznalo jednačinu.

Pronalazeći aritmetičku sredinu dobijenih podataka iz pojedinih pojmova, zaključujemo da od 102 učenika njih 64,50 razlikuju sva četiri pojma što čini 63,23% testirane djece. Ako se vratimo na tabelu broj 16 gdje smo utvrdili da 38 učitelja ili 36,54% smatra da učenici razlikuju sve navedene pojmove, uviđamo da se taj procenat razlikuje za 26,69%, što znači da učenici više razlikuju ove pojmove nego što to učitelji misle.

***

S obzirom na to da četvrta podhipoteza glasi da učenici u potpunosti razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost, možemo konstatovati da je hipoteza odbačena.

5. Zadatak: Ispitati u kojoj mjeri učenici uspješno rješavaju elementarne jednačine.

Peti zadatak ovog istraživanja zahtijevao je ispitivanje u kojoj mjeri učenici uspješno rješavaju elementarne jednačine.

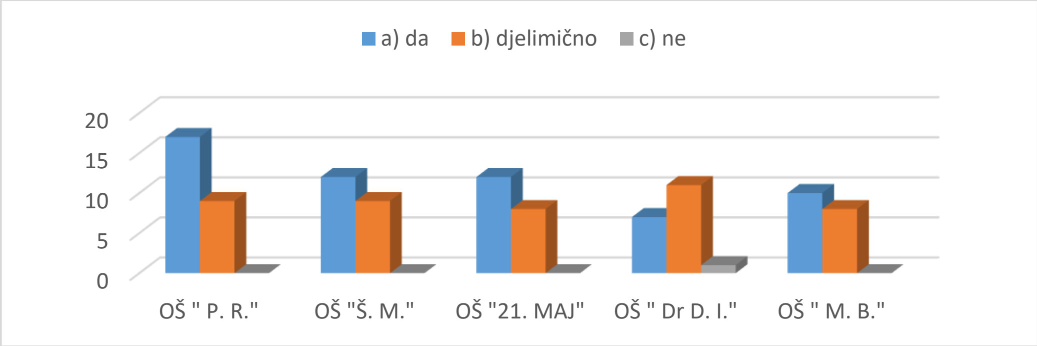
Istraživanje o ovom zadatku realizovali smo stavom/mišljenjem/odgovorom učitelja na više pitanja (7-14) o datom problemu u upitniku za nastavnike i rješenjem dva zadatka (3, 4) sa testa učenika koji se odnose na:

- mišljenje učitelja o učenikovom rješavanju elementarnih jednačina (7), sastavljanju algoritma pri rješavanju jednačina (8), njihovoj uspješnosti pri samostalnom sastavljanju jednačina na osnovu slika, šema i tabela (11), zatim koliko uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom (4) i koji način rješavanja preferiraju (10), kao i da li uspješno sastavljaju tekst za izraz nepoznatom (12), da li primjenom jednačina rješavaju problemske zadatke (13) i na kraju da li su uopšte spremni rješavati i elementarne nejednačine na ovom uzrastu (14).
- učenikovo rješavanje jednačina sa nepoznatim sabirkom, umanjenikom, umanjiocem, činiocem, djeljenikom i djeliocem (3 pod a, b, c, d, e, f) kao i rješavanjem tekstualnog zadatka postavljanjem izraza (4).

Rezultati do kojih smo došli prikazani su u tabelama broj 18 - 28 i grafikonima broj 11 - 20.

Tabela 18: *Mišljenje učitelja o učenikovom rješavanju elementarnih jednačina*

Škola	7. Da li većina učenika četvrtog razreda uspješno rješava elementarne jednačine?								Σ	
	a) da		**b)**djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	17	16,36	9	8,65	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	12	11,53	9	8,65	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	12	11,53	8	7,70	0	0,00	0	0,00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	7	6,73	11	10,57	1	0,96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	10	9,61	8	7,70	0	0,00	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**58**	55,76	**45**	43,27	**1**	0,96	0	0,00	**104**	100



Grafikon 13: *Mišljenje učitelja o učenikovom rješavanju elementarnih jednačina*

Iz tabele 18 i grafikona 13 vidimo rezultate prikupljenih podataka od strane učitelja na pitanje da li većina učenika četvrtog razreda uspješno rješava elementarne jednačine. Na osnovu prikupljenih podataka uočavamo da 17 (16,36%) ispitanika OŠ „Pavle Rovinski“ je pozitivnog mišljenja, dok se za djelimično odlučilo 9 (8,65%), a negativnih odgovora nije bilo.

Ispitanici OŠ „Štampar Makarije“, njih 12 (11,53%) takođe je pozitivnog mišljenja, za djelimično se odlučilo njih 9 (8,65%), dok negativnih mišljenja nije bilo.

Ispitanici OŠ „21. maj“ je takođe odgovorilo pozitivnim mišljenjem, njih 12 ili 11,53%, dok je njih 8 (7,70m%) mišljenja da učenici djelimično uspješno rješavaju elementarne jednačine. Negativnih odgovora nije bilo.

I ispitanici OŠ „Musa Burzan“ u većem broju (10 ili 9,61%) smatraju da učenici u potpunosti uspješno rješavaju elementarne jednačine. Njih 8 (7,70m%) smatra da ih djelimično rješavaju.

Što se tiče ispitanika OŠ „Dr Dragiša Ivanović“, oni prednost daju drugom odgovoru, tj. njih 11 (10,57%) smatra da učenici djelimično rješavaju elementarne jednačine, a 7 (6,73%) učitelja smatra da ih učenici u potpunosti rješavaju, dok 1 (0,96%) je negativnog mišljenja.

Analizirajući sumirane podatke, uočavamo da 58 (55,76%) učitelja, što je nešto malo više od polovine, smatra da većina učenika četvrtog razreda uspješno rješava elementarne jednačine, dok je njih 45 ili 43,27% mišljenja da ih djelimično rješava, a zanemarljiv procenat, 0,96%, da ne.

Da li ovo mišljenje učitelja možemo potkrijepiti činjenicama, vidjećemo kroz tabelu 19, 20 i grafikon 14.

Tabela 19: *Rezultati sa učeničkog testa o rješavanju elementarnih jednačina*

Osnovna škola „21. maj“		3. Izračunaj date jednačine.						Σ	
		a) u potpunosti		**b)** djelimično		**c)** nije savladao			
Rač. operacija	Raz. i odjeljenje.	f	%	f	%	f	%	F	%
	Iva	12	11,76	7	6,86	1	0,98	**20**	19,60
	Ivb	18	17,65	2	1,96	0	0,00	**20**	19,60
	Ivc	16	15,69	4	3,92	2	1,96	**22**	21,56
	Ivd	15	14,70	3	2,94	1	0,98	**19**	18,62
	Ive	17	16,66	3	2,94	1	0,98	**21**	20,58
	Σ	**78**	76,46	**19**	18,62	**5**	4,90	**102**	100
b) Jednačine sa nepoznatim umanjenikom	Iva	12	11,76	6	5,89	2	1,96	**20**	19,60
	IVb	15	14,70	4	3,92	1	0,98	**20**	19,60
	IVc	13	12,75	6	5,89	3	2,94	**22**	21,56
	IVd	14	13,73	3	2,94	2	1,96	**19**	18,62
	IVe	15	14,70	4	3,92	2	1,96	**21**	20,58
	Σ	**69**	67,64	**23**	22,56	**10**	9,80	**102**	100
c) Jednačine sa nepoznatim umanjiocem	Iva	10	9,80	6	5,89	4	3,92	**20**	19,60
	Ivb	14	13,73	4	3,92	2	1,96	**20**	19,60
	Ivc	13	12,75	6	5,89	3	2,94	**22**	21,56
	Ivd	11	10,79	5	4,90	3	2,94	**19**	18,62
	Ive	14	13,73	4	3,92	3	2,94	**21**	20,58
	Σ	**62**	60,78	**25**	24,51	**15**	14,70	**102**	100
d) Jednačine sa nepoznatim činiocem	Iva	10	9,80	5	4,90	5	4,90	**20**	19,60
	Ivb	15	14,70	2	1,96	3	2,94	**20**	19,60
	Ivc	12	11,76	6	5,89	4	3,92	**22**	21,56
	Ivd	11	10,79	6	5,89	2	1,96	**19**	18,62
	Ive	13	12,75	6	5,89	2	1,96	**21**	20,58
	Σ	**61**	59,80	**25**	24,51	**16**	15,68	**102**	100
e) Jednačine sa nepoznatim djeljenikom	IVa	9	8,82	6	5,89	5	4,90	**20**	19,60
	IVb	16	15,68	2	1,96	2	1,96	**20**	19,60
	IVc	14	13,73	6	5,89	2	1,96	**22**	21,56
	IVd	13	12,75	4	3,92	2	1,96	**19**	18,62
	IVe	16	15,68	3	2,94	2	1,96	**21**	20,58
	Σ	**68**	66,66	**21**	20,58	**13**	12,75	**102**	100

f) Jednačine sa nepoznatim djeliocem	IVa	9	8,82	6	5,89	5	4,90	**20**	19,60
	IVb	15	14,70	2	1,96	3	2,94	**20**	19,60
	IVc	13	12,75	5	4,90	4	3,92	**22**	21,56
	IVd	14	13,73	2	5,89	3	2,94	**19**	18,62
	IVe	16	15,68	3	5,89	2	1,96	**21**	20,58
	Σ	**67**	65,69	**18**	17,65	**17**	16,66	**102**	100

Kada su u pitanju rezultati sa trećeg zadatka pod *a* i rješavanju elementarnih jednačina sa nepoznatim sabirkom, oni izgledaju ovako: u odjeljenju IVa 12 (11,76%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 7 (6,86%) djelimično, 1 (0,98%) nije; u odjeljenju IVb 18 (17,65%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 2 (1,96%) djelimično; u odjeljenju IVc 16 (15,69%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 4 (3,92%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVd 15 (14,70%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 3 (2,94%) djelimično, 1 (0,98%) nije; u odjeljenju IVe 17 (16,66%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 3 (2,94%) djelimično, 1 (0,98%) nije.

To znači da od ukupnog broja učenika (102), 78 ili 76,46% je u potpunosti riješilo jednačinu sa nepoznatim sabirkom, 19 (18,62%) djelimično, a 5 (4,90%) nije.

Kada su u pitanju rezultati sa trećeg zadatka pod *b* i rješavanju elementarnih jednačina sa nepoznatim umanjenikom, oni izgledaju ovako: u odjeljenju IVa 12 (11,76%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVb 15 (14,70%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 4 (3,92%) djelimično, 1 (0,98%) nije; u odjeljenju IVc 13 (12,75%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 3 (2,94%) nije; u odjeljenju IVd 14 (13,73%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 3 (2,94%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVe 15 (14,70%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 4 (3,92%) djelimično, 2 (1,96%) nije.

Znači od 102 učenika 69 (67,64%) je u potpunosti riješilo jednačinu sa nepoznatim umanjenikom, 23 (22,56%) djelimično, a 10 (9,80%) nije.

Kada su u pitanju rezultati sa trećeg zadatka pod *c* i rješavanju elementarnih jednačina sa nepoznatim umanjiocem, oni izgledaju ovako: u odjeljenju IVa 10 (9,80%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 4 (3,92%) nije; u odjeljenju IVb 14 (13,73%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 4 (3,92%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVc 13 (12,75%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 3 (2,94%) nije; u odjeljenju IVd 11 (10,79%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 5 (4,90%) djelimično, 3 (2,94%) nije; u odjeljenju IVe 14 (13,73%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 4 (3,92%) djelimično, 3 (2,94%) nije.

Znači 62 (60,78%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu sa nepoznatim umanjiocem, 25 (24,51%) djelimično, a 15 (14,70%) nije.

Kada su u pitanju rezultati sa trećeg zadatka pod *d* i rješavanju elementarnih jednačina sa nepoznatim činiocem, oni izgledaju ovako: u odjeljenju IVa 10 (9,80%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 5 (4,90%) djelimično, 5 (4,90%) nije; u odjeljenju IVb 15 (14,70%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 2 (1,96%) djelimično, 3 (2,94%) nije; u odjeljenju IVc 12 (11,76%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 4 (3,92%) nije; u odjeljenju IVd 11 (10,79%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVe 13 (12,75%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 2 (1,96%) nije.

Znači 61 (59,80%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu sa nepoznatim činiocem, 25 (24,51%) djelimično, a 16 (15,68%) nije.

Kada su u pitanju rezultati sa trećeg zadatka pod *e* i rješavanju elementarnih jednačina sa nepoznatim djeljenikom, oni izgledaju ovako: u odjeljenju IVa 9 (8,82%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 5 (4,90%) nije; u odjeljenju IVb 16 (15,68%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 2 (1,96%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVc 14 (13,73%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVd 13 (12,75%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 4 (3,92%) djelimično, 2 (1,96%) nije; u odjeljenju IVe 16 (15,68%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 3 (2,94%) djelimično, 2 (1,96%) nije.

Znači 68 (66,66%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu sa nepoznatim djeljenikom, 21 (20,58%) djelimično, a 13 (12,75%) nije.

Kada su u pitanju rezultati sa trećeg zadatka pod *f* i rješavanju elementarnih jednačina sa nepoznatim djeliocem, oni izgledaju ovako: u odjeljenju IVa 9 (8,82%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 6 (5,89%) djelimično, 5 (4,90%) nije; u odjeljenju IVb 15 (14,70%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 2 (1,96%) djelimično, 3 (2,94%) nije; u odjeljenju IVc 13 (13,73%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 5 (4,90%) djelimično, 4 (3,92%) nije; u odjeljenju IVd 14 (13,73%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 2 (1,96%) djelimično, 3 (2,94%) nije; u odjeljenju IVe 16 (15,68%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu, 3 (2,94%) djelimično, 2 (1,96%) nije.

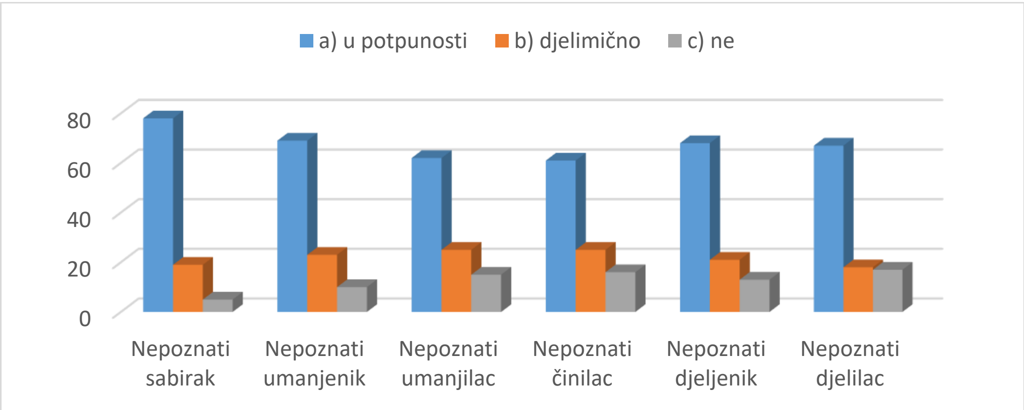
Znači 67 (65,69%) učenika je u potpunosti riješilo jednačinu sa nepoznatim djeliocem, 18 (17,65%) djelimično, a 17 (16,66%) nije.

Posmatrajući tabelu 20 i grafikon 14, te ukupan broj testirane djece i rezultate dobijene sa testa primjećujemo da: jednačinu sa nepoznatim sabirkom u potpunosti je riješilo 78

(76,46%) učenika, 19 (18,62%) djelimično, a 5 (4,90%) nije; jednačinu sa nepoznatim umanjenikom u potpunosti je riješilo 69 (67,64%) učenika, 23 (22,56%) djelimično, a 10 (9,80%) nije; jednačinu sa nepoznatim umanjiocem u potpunosti je riješilo 62 (60,78%) učenika, 25 (24,51%) djelimično, a 15 (14,70%) nije; jednačinu sa nepoznatim činiocem u potpunosti je riješio 61 (59,80%) učenik, 25 (24,51%) djelimično, a 16 (15,68%) nije; jednačinu sa nepoznatim djeljenikom u potpunosti je riješilo 68 (66,66%) učenika, 21 (20,58%) djelimično, a 13 (12,75%) nije; jednačinu sa nepoznatim djeliocem u potpunosti je riješilo 67 (65,69%) učenika, 18 (17,65%) djelimično, a 17 (16,66%) nije.

Tabela 20: *Aritmetička sredina sumiranih podataka trećeg zadatka sa testa znanja*

Elementarne jednačine	**Aritmetička sredina sumiranih podataka trećeg zadatka sa testa znanja**						Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne			
	F	%	*f*	%	*f*	%	F	%
x_1 jednačinu sa nepoznatim sabirkom	**78**	76,46	**19**	18,62	**5**	4,90	**102**	100
x_2 jednačinu sa nepoznatim umanjenikom	**69**	67,64	**23**	22,56	**10**	9,80	**102**	100
x_3 jednačinu sa nepoznatim umanjiocem	**62**	60,78	**25**	24,51	**15**	14,70	**102**	100
x_4 jednačinu sa nepoznatim činiocem	**61**	59,80	**25**	24,51	**16**	15,68	**102**	100
x_5 jednačinu sa nepoznatim djeljenikom	**68**	66,66	**21**	20,58	**13**	12,75	**102**	100
x_6 jednačinu sa nepoznatim djeliocem	**67**	65,69	**18**	17,65	**17**	16,66	**102**	100
Σ $\frac{x_{1+2+3+4+5+6}}{6}$	67,50	**66,17**	21,83	**21,42**	12,66	**12,41**	102	100



Grafikon 14: *Aritmetička sredina sumiranih podataka trećeg zadatka sa testa znanja*

Isto tako, na osnovu aritmetičke sredine dobijene iz datih varijabli vidimo da skoro 68 ili 66,17% učenika u potpunosti rješava elementarne jednačine, 22 ili 21,42% djelimično, a 12 ili 12,41% nije savladalo ovo znanje.

Ako ove dobijene rezultate uporedimo sa mišljenjem nastavnika gdje smo rekli da 58 (55,76%) učitelja smatra da većina učenika četvrtog razreda uspješno rješava elementarne jednačine, da je njih 45 (43,27%) mišljenja da ih djelimično rješava, a 1 (0,96%) da ne, uočavamo znatne razlike.

Naime, učenici (66,17%) su za 10,41% pokazali veće znanje od onoga koji učitelji (55,76%) smatraju da su sposobni kada je u pitanju rješavanje **elementarnih jednačina** u potpunosti. Međutim, velika je razlika kada je u pitanju rješavanje ovih zadataka kod ostalog procenta učenika gdje su učitelji (43,27%) precijenili znanje učenika (21,42%) koji djelimično poznaju način rada ovih zadataka smatrajući da je taj procenat skoro duplo veći. Takođe, učitelji (0,98%) su precijenili (za čak 11,45%) i one učenike koji nemaju adekvatno znanje za rješavanje elementarnih jednačina jer 12,41% učenika nije uradilo ove zadatke na testu.

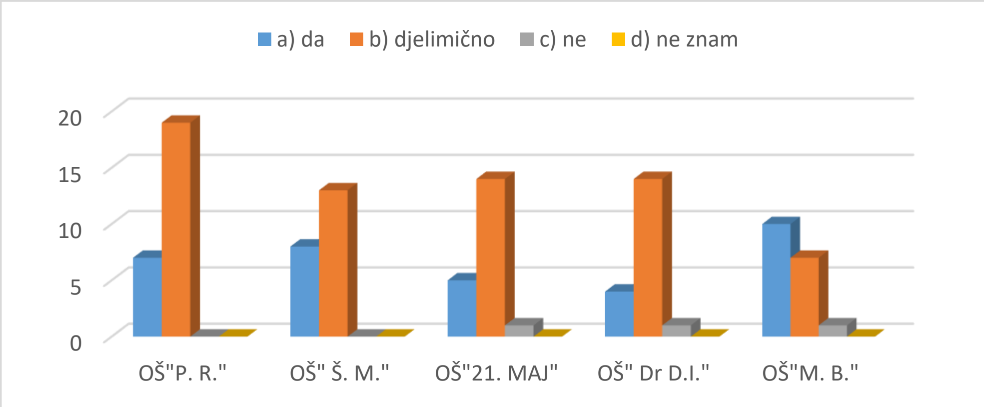
Da se njihovo mišljenje razlikuje od činjeničnog stanja i da su podcijenili znanja učenika, u prilog idu i rezultati mišljenja na još dva pitanja, br. 8 i 11.

Znači, značajno je i mišljenje učitelja kada je u pitanju izrada elementarnih jednačina i uspješno sastavljanje algoritma pri rješavanju. Tako smo na pitanje (br. 8) i da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju algoritam rješavanja jednačina sa datim nepoznatim brojem, dobili sljedeće rezultate:

Tabela 21: *Mišljenje učitelja o sastavljaju algoritma rješavanja jednačina*

Škola	**8. Da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju algoritam rješavanja jednačina sa datim nepoznatim brojem?**								Σ	
	a) da		**b)**djelimično		**c)** ne		**d)**ne znam			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	7	6,73	19	18,26	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	8	7,70	13	12,50	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	5	4,80	14	13,46	1	0.96	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	4	3,84	14	13,46	1	0.96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	10	9,61	7	6,73	1	0.96	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**34**	32,70	**67**	64,42	**3**	2,88	0	0,00	**104**	100

Prema tabeli 21 i grafikonu 15, 7 (6,73%) učitelja OŠ „Pavle Rovinski“ su mišljenja da učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju algoritam rješavanja jednačina sa datim nepoznatim brojem, dok čak 19 (18,26%) smatra da sastavljaju djelimično.



Grafikon 15: *Mišljenje učitelja o sastavljaju algoritma rješavanja jednačina*

Osam (7,70%) učitelja OŠ „Štampar Makarije“ su mišljenja da učenici uspješno sastavljaju algoritam, dok 13 (12,50%) je mišljenja da djelimično sastavljaju.

Pet (4,80%) učitelja OŠ „21. maj“ su mišljenja da učenici uspješno sastavljaju algoritam, dok njih 14 (13,46%) je mišljenja da djelimično sastavljaju, a 1 (0.96%) da uopšte ne sastavljaju uspješno.

I učitelji OŠ „Dr Dragiša Ivanović“, njih 4 (3,84%) su mišljenja da učenici uspješno sastavljaju, a 14 (13,46%) da djelimično sastavljaju, dok 1 (0.96%) da uopšte ne sastavljaju uspješno algoritam.

Mišljenja učitelja OŠ „Musa Burzan“ je da većina uspješno sastavlja algoritam, njih 10 (9,61%), a 7 (6,73%) da djelimično sastavljaju, dok 1 (0.96%) da uopšte ne sastavljaju uspješno algoritam.

To znači da 34 (32,70%) učitelja je mišljenja da učenici uspješno sastavljaju algoritam, a da čak 67 (64,42%) je mišljenja da djelimično sastavljaju, dok 3 (2,88%) da uopšte ne sastavljaju uspješno algoritam.

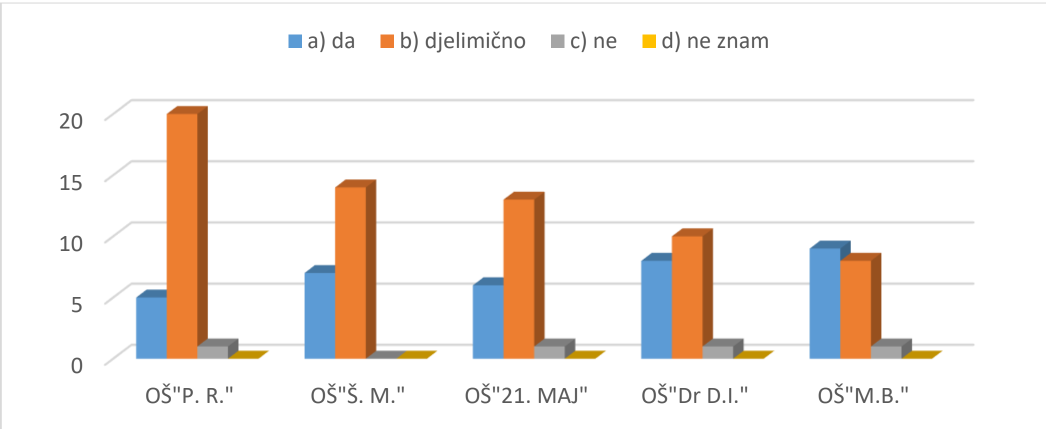
Ovdje možemo dodati i mišljenje učitelja da li učenici četvrtog razreda uspješno samostalno sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema i tabela (11).

Na osnovu tabele 22 i grafikona 16, uočavamo da učitelji OŠ „Pavle Rovinski“ u najvećem broju, njih 20 (19,23%), smatraju da učenici četvrtog razreda djelimično samostalno sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema i tabela, a svega 5 (4,80%) da uspješno sastavljaju, dok 1 (0.96%) da ne sastavljaju.

Učitelji OŠ „Štampar Makarije“ takođe u većem broju, njih 14 (13,46%), smatraju da djelimično sastavljaju, a 7 (6,73%) da uspješno sastavljaju.

Tabela 22: *Mišljenje učitelja o sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema i tabela*

Škola	**11. Da li učenici četvrtog razreda uspješno samostalno sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema i tabela ?**								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	5	4,80	20	19,23	1	0.96	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	7	6,73	14	13,46	0	0.00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	6	5,76	13	12,50	1	0.96	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	8	7,70	10	9,61	1	0.96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	9	8,65	8	7,70	1	0.96	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**35**	33.65	**65**	62,50	**4**	3,84	0	0,00	**104**	100



Grafikon 16: *Mišljenje učitelja o sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema i tabela*

Učitelji OŠ „21. maj“ isto u većem broju, njih 13 (12,50%), smatraju da djelimično sastavljaju, a 6 (5,76%) da uspješno sastavljaju, dok 1 (0.96%) da ne sastavljaju uspješno jednačine na osnovu slika, šema i tabela.

Slično je mišljenje i učitelja OŠ „Dr Dragiša Ivanović“. Njih 10 (9,61%), smatraju da djelimično sastavljaju, a 8 (7,70%) da uspješno sastavljaju, dok 1 (0.96%) da ne sastavljaju uspješno.

Mišljenje učitelja OŠ „Musa Burzan“ je nešto drugačije. Kod njih 8 (7,70%), smatraju da djelimično sastavljaju, a 9 (8,65%) da uspješno sastavljaju, dok 1 (0.96%) da ne sastavljaju uspješno.

Ako analiziramo sumirane rezultate, vidimo da je više za skoro 30% (njih 65 ili 62,50% u odnosu na 35 ili 33.65%) učitelja koji misle da učenici četvrtog razreda djelimično uspješno samostalno sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema i tabela, a da svega njih 4 (3,84%) neuspješno sastavljaju.

Dalje, rješavanjem **zadatka broj 4** na testu znanja (tabela 23), dobili smo sljedeće rezultate.

Tabela 23*: Aritmetička sredina sumiranih podataka četvrtog zadatka sa testa znanja*

Raz. i odjeljenje	**4. Riješi zadatak postavljanjem izraza.**											
	IVa		Ivb		IVc		IVd		IVe		Σ	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	F	%
a) prvo pitanje tačno	7	35,00	13	65,00	12	54,54	13	68,42	13	61,90	58	56,86
b) drugo pitanje tačno	7	35,00	11	55,00	9	40,90	8	42,10	9	42,85	44	43,13
c) postavio izraz sa nepoznatom	7	35,00	14	70,00	15	68,18	10	52,63	15	71,42	61	59,80
d) uradio postupak izračunavanja	7	35,00	11	55,00	15	68,18	8	42,10	15	71,42	56	54,90
e) tačno rješenje	6	30,00	11	55,00	15	68,18	9	47,36	15	71,42	56	54,90
	5,66	28,33	**10**	50,00	**9,33**	42,40	8	42,10	**9,50**	45,23	45,83	**44,93**
	Za svako odjeljenje posebno										Svih 5 odj.	

Na pitanje šta je nepoznato u zadatku tačan odgovor dalo je 7 učenika u odjeljenju IVa ili 35% učenika tog odjeljenja, 13 (65,00%) u IVb, 12 (54,54%) u IVc, 13 (68,42%) u IVd i 13 (61,90%) u IVe.

Na drugo pitanje kako se nalazi nepoznati umanjilac tačan odgovor dalo je 7 učenika u odjeljenju IVa ili 35% učenika tog odjeljenja, 11 (55,00%) u IVb, 9 (40,90%) u IVc, 8 (42,10%) u IVd i 9 (42,85%) u IVe.

Na treći zahtjev da se postavi tačan izraz sa nepoznatom pravilno je uradilo: 7 učenika IVa (35%), 14 (70,00%) u IVb, 15 (68,18%) u IVc, 10 (52,63%) u IVd i 15 (71,42%) u IVe.

Pravilan postupak izračunavanja uradilo je: 7 učenika IVa (35%), 11 (55,00%) u IVb, 15 (68,18%) u IVc, 8 (42,10%) u IVd i 15 (71,42%) u IVe.

Tačan rezultat dobilo je: 6 učenika IVa (30,00%), 11 (55,00%) u IVb, 15 (68,18%) u IVc, 9 (47,36%) u IVd i 15 (71,42%) u IVe.

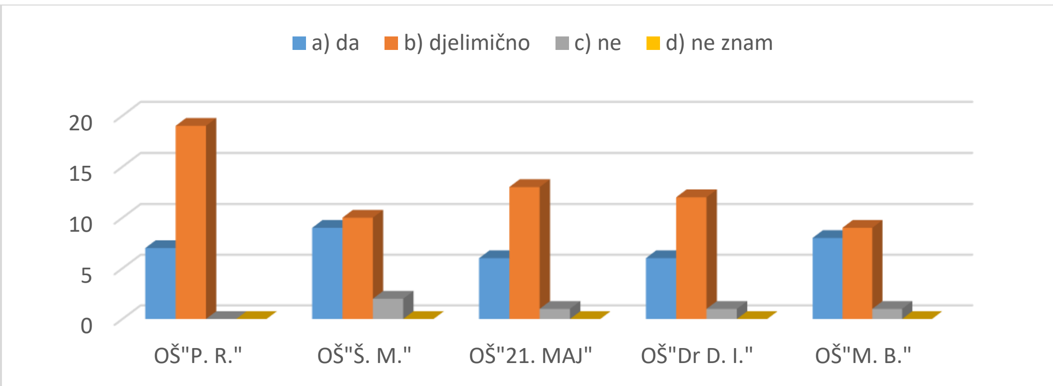
Prema tome, možemo zaključiti da postavljanje i rješavanje izraza sa nepoznatom na osnovu tekstualnog zadatka, zna da uradi 28,33% učenika u IVa odjeljenju, 50% u IVb, 42,40% u IVc, 42,10% u IVd i 45,23% u IVe odjeljenje, ili na nivou četvrtih razreda oko **45%** učenika što možemo reći da je visok procenat.

Takođe u anketi za učenike na pitanje koji im je od zadataka bio najteži (br.1), 45 učenika ili 44,11% učenika je odgovorilo da je to četvrti zadatak, a razlozi (br.2) koji su navedeni uglavnom su: jer je težak za postaviti, jer je složena jednačina, jer je komplikovan, jer treba puno da se razmišlja i td.

Što se tiče mišljenja učitelja o tome u kojoj mjeri učenici znaju postaviti i rješiti izraz sa nepoznatom na osnovu tekstualnog zadatka, prikupili smo podatke pitanjem broj 9 (tabela 24, grafikon 17), da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom.

Tabela 24: *Mišljenje učitelja o rješavaju tekstualnom zadatku sa nepoznatom*

Škola	**9. Da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom?**								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	7	6,73	19	18,27	0	0.00	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	9	8,65	10	9,62	2	1,92	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	6	5,76	13	12,50	1	0.96	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	6	5,76	12	11,54	1	0.96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	8	7,70	9	8,65	1	0.96	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**36**	34,61	**63**	60,58	**5**	4,80	0	0,00	**104**	100



Grafikon 17: *Mišljenje učitelja o rješavaju tekstualnom zadatku sa nepoznatom*

Dobijeni podaci govore da ispitani učitelji OŠ „Pavle Rovinski“ u najvećem broju smatraju, 19 ili 18,27%, da učenici četvrtog razreda djelimično uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom, a svega 7 ili 6,73% da uspješno rješavaju.

Devet (8,65%) učitelja OŠ „Štampar Makarije“ smatra da učenici uspješno rješavaju, 10 (9,62%) da djelimično rješavaju, dok 2 (1,92%) su mišljenja da ne rješavaju uspješno tekstualne zadatke sa nepoznatom.

Šest (5,76%) učitelja OŠ „Štampar Makarije“ smatra da učenici uspješno rješavaju, 13 (12,50%) da djelimično, dok 1 (0.96%) je mišljenja da ne rješavaju uspješno.

Slično je i kod učitelja OŠ „Dr Dragiša Ivanović“. Šest (5,76%) učitelja je mišljenja da učenici uspješno rješavaju, 12 (11,54%) da djelimično, dok 1 (0.96%) je mišljenja da ne rješavaju uspješno.

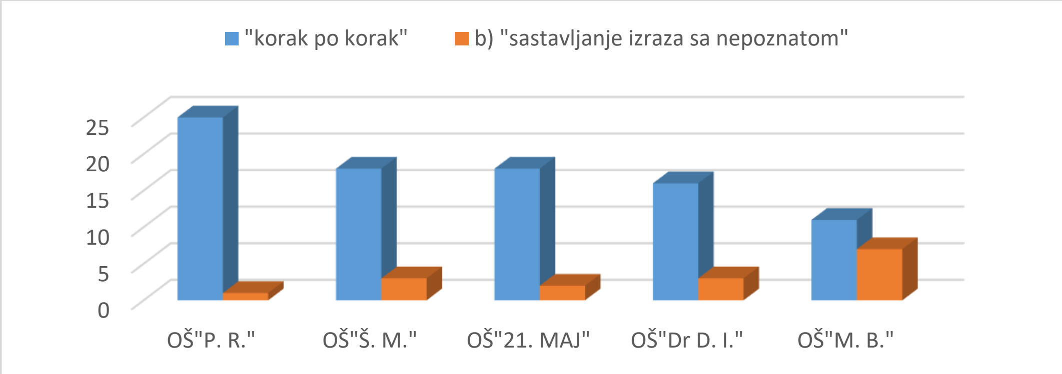
Učitelji OŠ „Musa Burzan“ su skoro podijeljeni pa njih 8 (7,70%) smatra da učenici uspješno rješavaju, 9 (8,65%) da djelimično, a 1 (0.96%) je mišljenja da ne rješavaju uspješno.

Ukupni rezultati govore da 36 (34,61%) ispitanih učitelja je mišljenja da učenici uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom, a skoro duplo, 63 ili 60,58% da djelimično rješava, dok svega 5 (4,80%) ima negativan odgovor. Ovdje takođe zaključujemo da su učitelji za skoro 10% podcijenili znanje učenika jer na testu ovu vrstu zadataka uradilo je 45% učenika.

Ako ovim rezultatima dodamo i dobijene podatke sa pitanja broj 10 o mišljenju učitelja koji način pri rješavanju tekstualnih zadataka sa nepoznatom učenici više preferiraju, „korak po korak“ ili „sastavljanje izraza sa nepoznatom“ uviđamo da su po tom pitanju dosta solidarni.

Tabela 25: *Mišljenje učitelja o načinu rješavanja tekstualnog zadatka sa nepoznatom*

Škola	**10. Koji način pri rješavanju tekstualnih zadataka sa nepoznatom učenici više preferiraju?**				Σ	
	a) „korak po korak“		**b)** „sastavljanje izraza sa nepoznatom“			
	f	%	F	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	25	24,03	1	0,96	**26**	25,00
OŠ „Štampar makarije“	18	17,31	3	2,88	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	18	17,31	2	1,92	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	16	15,38	3	2,88	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	11	10,58	7	6,73	**18**	17,30
Σ	**88**	84,62	**16**	15,38	**104**	100

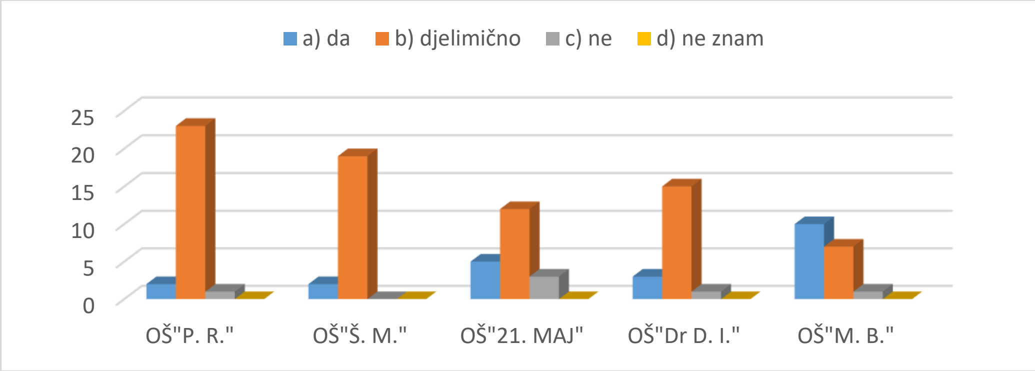


Grafikon 18: *Mišljenje učitelja o načinu rješavanja tekstualnog zadatka sa nepoznatom*

Naime, prema tabeli 25 i grafikonu 18, za prvu opciju "korak po korak" opredijelilo se 88 (84,62%) učitelja i to: 25 (24,03%) učitelja OŠ „Pavle Rovinski", po 18 (17,31%) učitelja OŠ „Štampar makarije" i OŠ „21. maj", 16 (15,38%) učitelja OŠ „Dr Dragiša Ivanović", 11 (10,58%) OŠ „Musa Burzan". Za drugu opciju „sastavljanje izraza sa nepoznatom" opredijelilo se svega 16 (15,38%) učitelja. Ako se vratimo unazad na tabelu broj 23 i varijablu pod c, gdje vidimo da je 61 (59,80%) učenika pravilno postavio izraz sa nepoznatom, opet možemo zaključiti da su učitelji za 24,32% podcijenili znanje učenika.

Tabela 26: *Mišljenje učitelja o sastavljanju tekstualnog zadatka sa nepoznatom*

Škola	12. Da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju tekst za izraz sa nepoznatom?								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	F	%	f	%	F	%	f	%	F	%
OŠ „Pavle Rovinski"	2	1,92	23	22,11	1	0,96	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije"	2	1,92	19	18,26	0	0,00	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj"	5	4,80	12	11,54	3	0.96	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović"	3	5,76	15	14,42	1	0.96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan"	10	9,62	7	6,73	1	0.96	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**22**	21,15	**76**	73,08	**6**	5.77	0	0,00	**104**	100

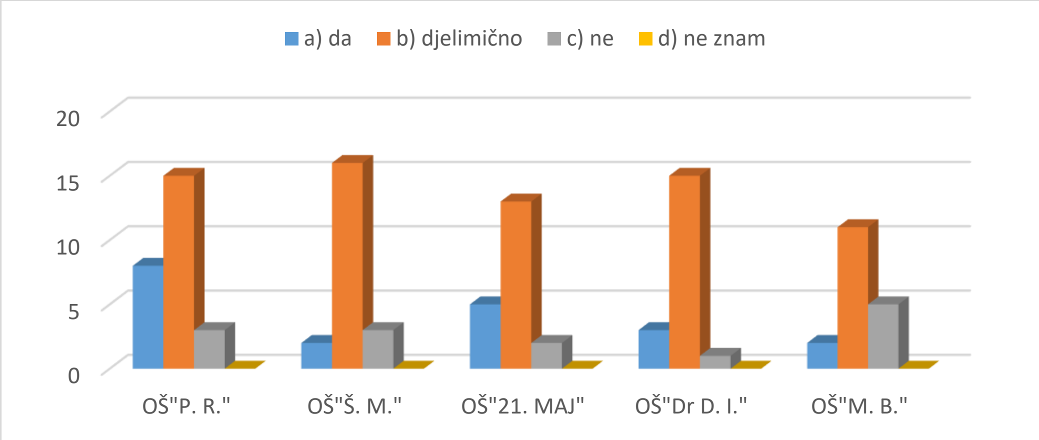


Grafikon 19: *Mišljenje učitelja o sastavljanju tekstualnog zadatka sa nepoznatom*

Mišljenje učitelja o tome da li učenici, suprotno prethodnom zadatku, tabela 26 i grafikon 19, uspješno sastavljaju tekst za izraz s nepoznataom, prikupljeni podaci pokazuju da učitelji daju prednost drugoj opciji. Tako 76 ili 73,08% ispitanika (OŠ „Pavle Rovinski“ 22,11%, OŠ „Štampar Makarije“ 18,26%, OŠ „21. maj“ 11,54%, OŠ „Dr Dragiša Ivanović“ 14,42%, OŠ „Musa Burzan“ 6,73%) smatra da to učenici umiju djelimično uraditi, dok 22 ili 21,15% umije u potpunosti, a svega 6 ili 5,77% da ne umije. Kako su u prethodnom pitanju učitelji mišljenja da vrlo mali procenat učenika se opredjeljuje za rješavanje zadataka „sastavljanje izraza sa nepoznatom“, njih 16 (15,38%) učitelja, ne čudi ni ovaj podatak od strane učitelja (njih 21,15%) da samo to može uraditi mali procenat učenika.

Tabela 27: *Mišljenje učitelja o rješavanju problemskih zadataka primjenom jednačina*

Škola	13. Da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju problemske zadatke primjenom jednačina?								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	8	7,70	15	14,43	3	2,88	0	0.00	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	2	1,92	16	15,38	3	2,88	0	0.00	**21**	20,20
OŠ „21. maj“	5	4,80	13	12,50	2	1,92	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	3	2,88	15	14,43	1	0.96	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	2	1,92	11	10,57	5	4,80	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**20**	19,23	**70**	67,30	**14**	13,46	0	0,00	**104**	100



Grafikon 20: *Mišljenje učitelja o rješavanju problemskih zadataka primjenom jednačina*

Na osnovu tabele 27 i grafikona 20, takođe movđemo vidjeti šta učitelji misle o tome da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju problemske zadatke primjenom jednačina.

Ovdje vidimo da 8 (7,70%) ispitanika OŠ „Pavle Rovinski" je pozitivno odgovorilo, 15 (14,43%) da učenici djelimično znaju uraditi ove zadatke, a 3 (2,88%) je dalo negativan odgovor.

Dva (1,92%) ispitanika OŠ „Štampar Makarije" je pozitivno odgovorilo, 16 (15,38%) da učenici djelimično znaju uraditi ove zadatke, a 3 (2,88%) je dalo negativan odgovor.

Pet (4,80%) ispitanika OŠ „21. maj" je pozitivno odgovorilo, 13 (15,38%) je bilo za opciju djelimično, a 3 (2,88%) je dalo negativan odgovor.

Tri (2,88%) ispitanika OŠ „Dr Dragiša Ivanović" je pozitivno odgovorilo, 15 (14,43%) je bilo za opciju djelimično, a 1 (0.96%) je dalo negativan odgovor.

Takođe, 2 (1,92%) ispitanika OŠ „Musa Burzan" je pozitivno odgovorilo, 11 (10,57%) je bilo za opciju djelimično, a 5 (4,80%) je dalo negativan odgovor.

To znači, da samo 20 (19,23%) ispitanih učitelja smatra da učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju problemske zadatke primjenom jednačina, da njih 70 (67,30%) misli da učenici to mogu djelimično uraditi, dok njih 14 (13,46%) smatra da ne mogu nikako.

***

S obzirom na to da peta podhipoteza glasi da učenici uspješno rješavaju elementarne jednačine, možemo konstatovati da je hipoteza potvrđena.

Bez obzira što sva mišljenja učitelja ne idu u prilog učeniku, moramo konstatovati da činjenice sa testa znanja to demantuju.

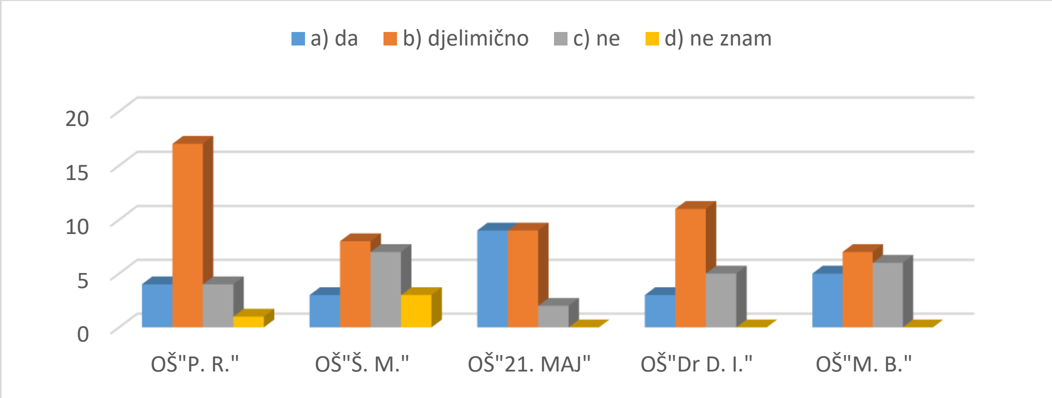
Uprkos mišljenju učitelja da nešto malo više od polovine učenika uspješno rješava elementarne jednačine (55,76%), da uspješno sastavlja algoritam rješavanja jednačina 32,70%, da na osnovu slika, šema i tabela uspješno sastavlja samostalno jednačine 33,65%, da na osnovu tekstualnog zadatka sa nepoznatim brojem umije sastaviti izraz 34,61%, i obratno iz izraza tekstualni zadatak svega 21,15%, te da svega 16,38% preferira „sastavljanje izraza sa nepoznatom“ i da rješava problemske zadatke primjenom jednačina koristi 19,23%, test znanja kroz izradu 3. i 4. zadatka govori da je 66,17% učenika u potpunosti tačno riješilo elementarne jednačine, a 21,42% djelimično, te da je 45,83% učenika riješilo u potpunosti tekstualni zadatak sa nepoznatim brojem, moramo zaključiti da učitelji trebaju imati više povjerenja u rad učenika te u tom pravcu ohrabrivati ih dodatno.

Ovdje, možemo dodati i mišljenje učenika sa upitnika za učenike kao odgovor na pitanje da li vole da rješavaju zadatke sa jednačinama gdje je od 102 učenika odgovorilo pozitivno 89 ili 87,25%, a negativno 13 ili 12,74%. To je samo još jedan dokaz da djeca vole da razmišljaju, a ne da rade proste zadatke.

I na kraju, mišljenje učitelja o tome da li učenici mogu uspješno rješavati i elementarne nejednačine na ovom uzrastu iako nijesu trenutno predviđene programom za IV razred, potvrdjuju nam ranije zaključke.

Tabela 28: *Mišljenje učitelja o rješavanju elementarnih nejednačina*

Škola	14. Da li učenici mogu uspješno rješavati i elementarne nejednačine na ovom uzrastu iako nijesu trenutno predviđene programom za IV razred?								Σ	
	a) da		**b)** djelimično		**c)** ne		**d)** ne znam			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OŠ „Pavle Rovinski“	4	3,84	17	16,35	4	3,85	1	0.96	**26**	25,00
OŠ „Štampar Makarije“	3	2,88	8	7,70	7	6,73	3	2,88	**21**	20,20
OŠ „21.maj“	9	8,65	9	8,65	2	1,92	0	0.00	**20**	19,23
OŠ „Dr Dragiša Ivanović“	3	2,88	11	10,57	5	4,80	0	0.00	**19**	18,27
OŠ „Musa Burzan“	5	4,80	7	6,73	6	5,77	0	0,00	**18**	17,30
Σ	**24**	23,07	**52**	50,00	**24**	23,07	**4**	3,84	**104**	100



Grafikon 21: *Mišljenje učitelja o rješavanju elementarnih nejednačina*

Naime, svega 4 (3,84%) ispitana učitelja OŠ „Pavle Rovinski“ mišljenja je da učenici mogu uspješno rješavati i elementarne nejednačine na ovom uzrastu, dok je 17 (16,35%) mišljenja da mogu djelimično, a negativno mišljenje ima 4 (3,84%) učitelja, dok 1 (0,96%) učitelj nije siguran.

Tri (2,88%) ispitana učitelja OŠ „Štampar Makarije“ mišljenja je da učenici mogu uspješno rješavati i i te zadatke, dok je 8 (7,70%) mišljenja da mogu djelimično, a negativno mišljenje 7 (6,73%) učitelja, dok 3 (2,88%) učitelja nije sigurno.

Učitelji OŠ „21 .maj“ su podijeljeni po tom pitanju pa je 9 (8,65%) učitelja mišljenja da mogu, a 9 (8,65%) da djelimično mogu, dok je dvoje (1.92%) sigurno da ne mogu.

Učitelji OŠ „Dr Dragiša Ivanović“ u najvećem broju smatraju da učenici djelimično mogu izučavati nejednačine, njih 11 (10,57%), dok troje (2,88%) smatra da mogu, a petoro (4,80%) da ne mogu.

I učitelji OŠ „Musa Burzan“ u većem broju smatraju da učenici djelimično mogu izučavati nejednačine, njih 7 (6,73%), dok petoro (4,80%) smatra da mogu, a šestoro (5,77%) da ne mogu.

Interesantno je da gledano ukupni broj ispitanika, 24 (23,07%) učitelja smatra da učenici ovog uzrasta mogu usvojiti i sadržaje elementarnih nejednačina, dok isti broj učitelja smatra da ne može. Pola ispitanika (50%) je mišljenja da djelimično može, dok svega 4 (3,84%) nije imalo stav po ovom pitanju.

ZAKLJUČAK

Prema dobijenim podacima, ispitani učitelji su mišljenja da su algebarski sadržaji u dovoljnoj mjeri zastupljeni u Nastavnom programu i udžbeniku matematike za četvrti razred s tim što se pojedini primjeri moraju nadograditi i podići na viši nivo kako ne bi bili šablonski već učenicima omogućili veći stepen promišljanja.

Upoređujući podatke dobijene sa testa znanja učenika i mišljenja učitelja o znanju učenika o računskim operacijama sa ocjenom učenika sa III klasifikacionog perioda, primjećujemo da pola testiranih učenika nije u potpunosti savladalo sve četiri računske operacije koje je neophodno znati kao preduslov za učenje algebarskih sadržaja.

Takođe, upoređujući podatke učeničkog znanja i mišljenja učitelja o znanju učenika vezanog za raspoznavanje pojmova: jednakost, jednačina, nejednakost, izraz s promjenljivom, očigledno je da učitelji nemaju dovoljno povjerenja u njihovo znanje jer se pokazalo da učenici duplo više znaju nego što to učitelji misle.

Učitelji nijesu pokazali dovoljno povjerenja prema znanju učenika ni kada se radi o rješavanju elementarnih jednačina, sastavljanju algoritma pri rješavanju jednačina, sastavljanju jednačina na osnovu slika, šema i tabela, postavljanju i rješavanju izraza sa promjenljivom na osnovu tekstualnih zadataka i obratno, te da preferiraju oblik ”korak po korak” pri rješavanju takvih zadataka. Međutim, test znanja učenika po tim pitanjima pokazao je da učenici više znaju nego što to učitelji pretpostavljaju.

Kako bi smo odgovorili zašto je to tako, moramo reći da nije nimalo lak zadatak inkorporirati algebarske sadržaje u nastavu matematike u nižim razredima osnovne škole. No, kako bi smo to uradili, kod učenika se mora poboljšati razumijevanje aritmetike i aritmetičkih operacija kako bi se olakšalo učenje algebre.

Na osnovu podataka da većina učenika voli da rješava jednačine, možda je najveća prepreka u nižim razredima upravo slaba osposobljenost učitelja za obavljanje ovog tipa nastave. Mnogi učitelji i sami imaju probleme sa nedovoljnim shvatanjem aritmetičkih struktura i odnosa među računskim operacijama. To je uglavnom posljedica slabe učiteljske instrukcije i jasne podjele nastave matematike na aritmetički i algebarski dio, pa se najčešće pribjegava površnim i nejasnim objašnjenjima učenicima.

Zato, velika je odgovornost na institucijama koje se bave obrazovanjem budućih učitelja kada je u pitanju osposobljavanje učitelja za podučavanje rane algebre. Istu odgovornost nose i institucije koje donose nastavni plan i program jer bi trebalo da više prate savremene tendencije koje se dešavaju u matematičkom obrazovanju i reagovati u skladu sa njima na zadovoljstvo i korist svih aktera vezanih za ovu oblast.

LITERATURA

1. Blanco, L. J. & Garrote, M. (2007). Diffi culties in learning inequalities in students of the fi rst year of pre-university education in Spain. *EurasiaJournal of Mathematics Science and Technology Education*, 3, 221–229.
2. Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3–5. In B. J. Dougherty & R. M. Zbiek (Eds.), *Essential understandings series.* National Council of Teachers of Mathematics: Reston,VA.
3. Blanton, M. (2008). *Algebra in the Early Grades*, Lawrence Erlbaum Associates/Taylor Francis Group, New York.
4. Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking Algebraically: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Heinemann, Portsmouth, NH 361
5. Carpenter, T. P. & Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. Research report *No. 00-2.* Wisconsin, Madison: National Center for improving student learning and achievement in mathematics and science.
6. Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M. (2000). *Early Algebra, Early arithmetic: Treating Operations as Fuctions*, In: Maria l. Fernandez (Ed.) The 22nd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psyhology of Mathematics Education, Arizona.
7. Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 669–706). Charlotte, NC: Information Age.
8. Црвенковић, Ц. и Романо, А.Д. (2014). *Рана алгебра и раноалгебарско мишљење*, У: Методички аспекти наставе математике. Трећа међународна конференција МАТМ 2014 (14-15. Јуни 2014. Факултет педагошких наука Јагодина) DOI: 0.13140/RG.2.1.4697.7761.
9. Cvijanović, G. (2016). Konceptualizacija pojma rana algebra i ranoalgebarsko mišljenje. U: *Istraživanje matematičkog obrazovanja*, VIII, (14), 1-8.
10. Čanić-Mlađenović, T. (2008). *Procvat algebre u 19. veku u Engleskoj*, Specijalistički rad, Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet.
11. Dadić, Ž. (1992). *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici.* Zagreb: Školska knjiga.
12. Дејић, М. и Егерић, М. (2003). *Методика наставе математике*. Јагодина: Учитељски факултет.

13. Friedlander, A. & Tabach, M. (2001). Promoting Multiple Representations in Algebra. In Cuoco, A. & Curcio, F. R. (Eds.), *Th e Roles of Representation in School Mathematics* (173–185). Reston, VA: NCTM.
14. Garcia, R. & Piaget, J. (1989). *Psychogenesis and the history of science*. New York: Columbia University Press.
15. Harvey, J., Waits, B. and Demana, F. (1995). Th e Influence of Technology on the Teaching and Learning of Algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 75–109.
16. Herstein, I. N. (1964). *Topics in Algebra*, Blaisdell Pub. Co., Mass.
17. Katz, V. J. (1995). The Development of Algebra and Algebra Education.In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.19-36).U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment.
18. Kaput, J. J. (1995). A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?. In D. T. Owens, M. K. Reed, & G. M. Millsaps (Eds.), Proceedings of the 17th Annual Meeting of PME-NA (Vol. 1, pp. 71-94). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
19. Kaput, J. J. (2000). *Teaching and Learning a New Algebra with Understanding*. Opinion Papers (120), Dostupno na adresi: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf
20. Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In *J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (pp. 5-17*). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
21. Karjaković, A. (2014). *Oblici matematičkog mišljenja: algebarsko i geometrijsko, Diplomski rad*, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku. Osijek: Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike.
22. Kieran, C. (1992). Th e learning and teaching of school algebra. In Grouws, D. A. (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (390–419). New York: Macmillan.
23. Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), 8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures (pp. 271-290). Seville, Spain: S.A.E.M. Thales.
24. Kieran, C. (2004) Algebraic thinking in the early grades: What is it?. *Mathematics Educator*, 8, (1), 139-151.
25. Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press.

26. Kiziltoprak, A., Köse, N. (2017). *Relational thinking: The bridge between arithmetic and algebra,* Vol 10, International Electronic Journal of Elementary Education.
27. Knuth, E.J., Alibali, M.W., McNeil, N.M., Weinberg, A. & Stephens, A.C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable. *ZDM , 37*(1), 68–76.
28. Kriegler, S. (1997). Just what is algebraic thinking?; preprint Available online at http://mathandteaching.org/uploads/Articles_PDF/articles-01-kriegler.pdf
29. Laketić, A. (2019). *Aritmetika i algebra u ranom matematičkom obrazovanju.* Master rad. Novi Sad: Departman za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu.
30. Lins, R. (1992). Algebraic and non-algebraic algebra. In (W.Geeslin and K.Graham, Eds.) *Proceeding of the Sixteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education.* (Vol. 2, pp. 56-63). Durham, NH (USA).
31. Maričić, S. (2006). Složenost i kompleksnost matematičkog mišljenja. Učiteljski fakultet Užice.
32. Marjanović, M. (1996). Metodika matematike-drugi deo. Beograd: Učiteljski fakultet
33. Molina, M., Castro, E., & Ambrose, R. (2005). Enriching arithmetic learning by promoting relational thinking. *The international Journal of Learning*, 12(5), 265.
34. Prescott, J. 0. (2001). We love math! *Instructor*, 110, 76, 24-27.
35. Romano, D.A. (2009). Šta je algebarsko mišljenje?. *MAT-KOL, Banja Luka*, XV(2), 19-29
36. Romano, D.A. (2010). *Kako (budući) učitelji razumiju algebarske generalizacije – jedno istraživanje o parnim i neparnim brojevima*; IMO, Vol. II, Broj 3, 27-32
37. Sadovsky, P. & Sessa, C. (2005). The Adidactic Interaction with the Procedures of Peers in the Transition from Arithmetic X. Wang 153 to Algebra: A Milieu for the Emergence of New Questions. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 85-112.
38. Schliemann, A.D., Carraher, D.W. & Brizuela, B.M. (2007.). *Bringing out the algebraic character of arithmetic:From children's ideas to classroom practice*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
39. Stevanović, S., Crvenković, S., Romano, D. A. (2014). *Jedan primjer analize aritmetičkog iranoalgebarskog mišljenja.* Beograd: Inovacije u nastavi, 27 (1), 118-134
40. Špijunović, K. i Maričić, S. (2016). *Metodika početne nastave matematike*. Užice.
41. Van Amerom, B. A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 63-75.

42. Зељић, М. (2014). *Методички аспекти ране алгебре*. Београд: Учитељски факултет.
43. Živanović, O. (2019). *Efekti problemske nastave u razvoju sposobnosti matematičkog modelovanja*. Beograd: Učiteljski fakultet (https://uvidok.rcub.bg.ac.rs/handle/123456789/36)
44. Weyl, H. (1995). Part I. Topology and Abstract Algebra as Two Roads of Mathematical Comprehension. *American Mathematical Monthly*, 102, No. 5: 453.
45. Wong, N. Y. (2005). The Positioning of Algebraic Topics in the Hong Kong Elementary School Mathematics Curriculum. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 37(1), 23-33.

PRILOZI

a) Upitnici i test

Poštovani učenici,

U toku je prikupljanje podataka za istraživanje master rada na temu **Algebarski sadržaji u četvrtom razredu osnovne škole.**

Molimo Vas da nam pomognete u realizaciji istraživanja i popunite prvo *test* koji se nalazi u sklopu ovog listića, a zatim *upitnik*.

I test i upitnik su u potpunosti anonimni, pa Vas molimo da bez treme i žurbe uradite što više možete i date lični doprinos ovom istraživanju.

Unaprijed hvala!

UPITNIK

Naziv škole u kojoj učite: ____

Odgovorite zaokruživanjem slova ispred odgovora koji želite da date!

Pol: **a)** muški **b)** ženski

Ocjena koju ste imali na kraju III klasifikacionog perioda u četvrtom razredu:

a) 5 **b)** 4 **c)** 3 **d)** 2 **e)** 1

1. Koji od zadataka vam je bio najteži da uradite?

a) prvi **b)** drugi **c)** treći (pod a, b, c, d, e ili f) **d)** četvrti

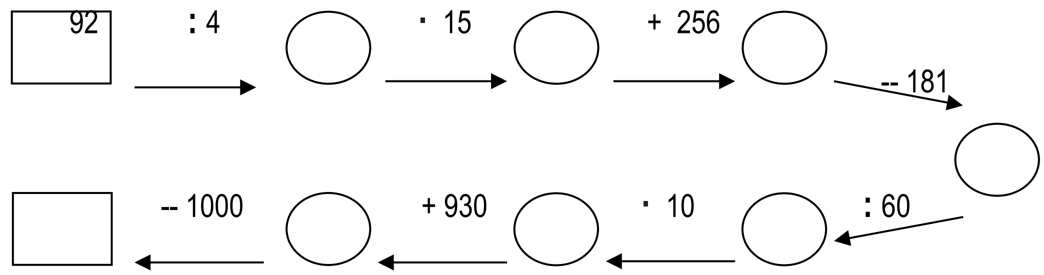
2. Zašto? ____

____

3. Da li volite da rješavate zadatke sa jednačinama?

a) Da **b)** Ne

1. Pronađi vrijednost izraza u „lancu“.



2. Poveži pravilno zapise.

	Jednakost	
X – 15 = 36	izraz s promjenljivom	90 – 27 < 97 – 20
	nejednakost	
37 + 9 = 9 + 37	jednačina	b+20

3.Izračunaj date jednačine:

a) 44 + X = 98 ________ ________ pr.________

b) X – 27 = 545 ________ ________ pr.________

c) 183 – X = 28 ________ ________ pr.________

d) X · 70 = 490 ________ ________ pr.________

e) X : 30 = 20 ________ ________ pr.________

f) 270 : X = 3 ________ ________ pr.________

4. Riješi zadatak postavljanjem izraza.

Umanjenik je broj 96. Umanjilac je proizvod brojeva 9 i nepoznatog broja. Razlika je količnik brojeva 540 i 90.

Odgovori:

Šta je nepoznato u zadatku ?________

Kako se nalazi nepoznati umanjilac? ________

____

Postavi izraz pa riješi. ________

____

____

____

____

Provjeri:________

Poštovani nastavnici,

U toku je prikupljanje podataka za istraživanje master rada na temu **Algebarski sadržaji u četvrtom razredu osnovne škole.**

Molimo Vas da nam pomognete u realizaciji istraživanja i popunite ovaj *upitnik*.

Potrebno je da na sva pitanja izaberete opciju za koju smatrate da najbolje odgovara Vašem misljenju ili da date prijedloge.

Anketa je u potpunosti anonimna, pa Vas molimo da najiskrenije odgovorite na postavljena pitanja i tako date lični doprinos ovom istraživanju.

Unaprijed hvala!

UPITNIK

Naziv škole u kojoj radite: ___________________________________ - _______________ (mjesto)

Pol: **a)** muški **b)** ženski

Godine radnog iskustva: **a)** 0 - 10 **b)** 11- 20 **c)** 20 i više

1. U kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u Nastavnom planu za IV razred?

a) u velikoj mjeri **b)** u dovoljnoj mjeri **c)** nedovoljno **d)** veoma malo **e)** ne znam

2. U kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u udžbeniku matematike za IV razred?

a) u velikoj mjeri **b)** u dovoljnoj mjeri **c)** nedovoljno **d)** veoma malo **e)** ne znam

3. Da li primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

4. Ako ne zadovoljavaju, zašto? ____

____

5. Da li su učenici četvrtog razreda uspješno ovladali rješavanje zadataka sa sve četiri računske operacije?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

6. Da li učenici četvrtog razreda razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

7. Da li većina učenika četvrtog razreda uspješno rješava elementarne jednačine?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

8. Da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju algoritam rješavanja jednačina sa nepoznatim brojem?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

9. Da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

10. Koji način pri rješavanju tekstualnih zadataka sa nepoznatom učenici više preferiraju?

a) „korak po korak“ **b)** „sastavljanje izraza sa nepoznatom“

11. Da li učenici četvrtog razreda uspješno samostalno sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema, tabela?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

12. Da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju tekst za izraz s nepoznatom?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

13. Da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju problemske zadatke primjenom jednačina?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

14. Da li ste mišljenja da učenici mogu uspješno rješavati i elementarne nejednačine na ovom uzrastu iako nijesu trenutno predviđene programom za IV razred?

a) da **b)** djelimično **c)** ne **d)** ne znam

b) Zbirne liste 1 i 2

Naziv škole:				
Mjesto:				
Pol:	Muški		ženski	
Godine iskustva:	0 – 10	11- 20	20 i više	

1. U kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u Nastavnom programu za IV razred?				
a) u velikoj mjeri	**b)** u dovoljnoj mjeri	**c)** nedovoljno	**d)** veoma malo	**e)** ne znam
2. U kojoj mjeri su algebarski sadržaji zastupljeni u udžbeniku matematike za IV razred?				
a) u velikoj mjeri	**b)** u dovoljnoj mjeri	**c)** nedovoljno	**d)** veoma malo	**e)** ne znam
3. Da li primjeri dati u udžbeniku matematike zadovoljavaju potrebe učenika ovog uzrasta?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	
4. Ako ne zadovoljavaju, zašto?				
5. Da li su učenici četvrtog razreda uspješno ovladali rješavanje zadataka sa sve četiri računske operacije?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	
6. Da li učenici četvrtog razreda razlikuju pojmove: izraz s promjenljivom, jednakost, jednačina i nejednakost?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

7. Da li većina učenika četvrtog razreda uspješno rješava elementarne jednačine?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

8. Da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju algoritam rješavanja jednačina sa nepoznatim brojem?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

9. Da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju tekstualne zadatke sa nepoznatom?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

10. Koji način pri rješavanju tekstualnih zadataka sa nepoznatom učenici više preferiraju?		
a) „korak po korak“	**b)** „sastavljanje izraza sa nepoznatom“	

11. Da li učenici četvrtog razreda uspješno samostalno sastavljaju jednačine na osnovu slika, šema, tabela?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

12. Da li učenici četvrtog razreda uspješno sastavljaju tekst za izraz s nepoznatom?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

13. Da li učenici četvrtog razreda uspješno rješavaju problemske zadatke primjenom jednačina?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

14. Da li ste mišljenja da učenici mogu uspješno rješavati i elementarne nejednačine na ovom uzrastu iako nijesu trenutno predviđene programom za IV razred?				
a) da	**b)** djelimično	**c)** ne	**d)** ne znam	

Naziv škole:					
Mjesto:					
Pol:	Muški		ženski		
Ocjena na kraju III kl.per.	5	4	3	2	1

1. Koji od zadataka vam je bio najteži da uradite?			
a) prvi	**b)** drugi	**c)** treći (pod a, b, c, d, e ili f)	**d)** četvrti
		a ( ) b ( ) c ( ) _________ d ( ) e ( ) f ( )	

2. Zašto?	

3. Da li volite da rješavate zadatke sa jednačinama?	
a) Da	**b)** Ne

1.Pronađi vrijednost izraza u „lancu“.

*Operaciju sabiranja savladao:					
a) u potpunosti (2 zadatka)		b) djelimično (1 zadatak)		c) nije savladao	
*Operaciju oduzimanja savladao:					
a) u potpunosti (2 zadatka)		b) djelimično (1 zadatak)		c) nije savladao	
*Operaciju množenja savladao:					
a) u potpunosti (2 zadatka)		b) djelimično (1 zadatak)		c) nije savladao	
*Operaciju dijeljenja savladao:					
a) u potpunosti (2 zadatka)		b) djelimično (1 zadatak)		c) nije savladao	

2. Poveži pravilno zapise.							
Pravilno povezao zapise:							
a) jednakost		b) zraz s promjenljivom		c) nejednakost		d) jednačina	

3. Izračunaj date jednačine.			
	u potpunosti	djelimično	nije savladao
a) Jednačine sa nepoznatim sabirkom riješilo			
b) Jednačine sa nepoznatim umanjenikom riješilo			
c) Jednačine sa nepoznatim umanjiocem riješilo			
d) Jednačine sa nepoznatim činiocem riješilo			
e) Jednačine sa nepoznatim djeljenikom riješilo			
f) Jednačine sa nepoznatim djeliocem riješilo			

4. Riješi zadatak postavljanjem izraza.			
	da	djelimično	**ne**
a) Na prvo pitanje tačno odgovorio			
b) Na drugo pitanje tačno odgovorio			
c) Pravilno postavio izraz sa nepoznatom			
d) Pravilno uradio postupak izračunavanja			
e) Tačno rješenje dobio			